FOURIER ANALYSE VON KLÄNGEN

Gymnasium Herkenrath

Facharbeit im

Grundkurs Physik 1

Schuljahr 2006 / 2007

Bei Herrn Lösch

Vorgelegt von

Martin Krämer

8.03.2007

I. Einleitung 4
II. Hauptteil 4
1. Fourieranalyse 4
1.1 Analyse von Klängen 5
1.1.1 Vergleich von verschiedenen Flügeln bzw. Klavieren 6
1.1.1.1 Vergleich zweier Flügel 8
1.1.1.2 Vergleich zwischen Flügel und Klavier 8
1.1.1.3 Das Keyboard im Vergleich 9
1.1.1.4 Das Cembalo im Vergleich 10
1.1.2 Gitarre 11
1.1.3 Querflöte 12
1.1.4 Klarinette 14
1.1.5 Vergleich verschiedener Vokale der menschlichen Stimme 16
III. Schluss 17
IV. Anhang 18
1. Die Fourierreihe 18
1.1 Fourierkoeffizienten 18
1.1.1 a_0 18
1.1.2 a_n 19
1.1.3 b_n 20
1.2 Von den Koeffizienten zu den „Peaks“ 20
2. Die Versuche 21
2.1 Versuchsausrüstung 21
2.2 Aufbau 22
2.3 Durchführung 23
3. Stehende Wellen 24
3.1 Reflexion mechanischer Wellen 24
3.1.1 Reflexion an einem festen Ende 24
3.1.2 Reflexion an einem freien Ende 25
3.2 Eigenschwingung und Resonanz 25
3.2.1 Eigenschwingung bei zwei festen Enden 25

3.2.2 Eigenschwingung bei zwei freien Enden 26
3.2.3 Eigenschwingung bei einem festen und einem freien Ende 26
4. Untersuchte Instrumente 27
4.1 Flügel 27
4.1.1 Grotian Steinweg 27
4.1.2 Thürmer 27
4.1.3 Steinway & Sons 28
4.2 Zimmermann Klavier 28
4.3 Yamaha Clavinova Keyboard 28
4.4 Jupiter di Medici Querflöte 29
4.5 Richard Keilwert Klarinette 29
4.6 Höfner Gitarre 29
4.7 Sassmann Cembalo 29
5. Messungen 30
5.1 Grotian Steinweg Flügel 31
5.2 Thürmer Flügel 37
5.3 Steinway and Sons Flügel 43
5.4 Zimmermann Klavier 49
5.5 Yamaha Clavinova Keyboard 52
5.6 Höfner Gitarre 54
5.7 Sassmann Cembalo 56
5.8 Richard Keilwert Klarinette 60
5.9 Jupiter di Medici Querflöte 63
5.10 Stimmen bzw. Vokale 67
5.10.1 Frau 67
5.10.2 Mann 70
6. Literaturverzeichnis 74

I. Einleitung

Schon Pythagoras fand heraus, dass zwei gleich stark gespannte Saiten, die sich nur in der Länge unterscheiden, zusammen angeschlagen einen angenehmen Klang ergeben. Allerdings nur, wenn die Länge der längeren Saite ein ganzzahliges Vielfaches der kürzeren Saite ist. Nahm er dabei eine Saite, die doppelt so lang war wie die andere, so ergab sich ein wohlklingender Ton, ebenso wenn er die Saitenlängen im Verhältnis 2:3 wählte.

Heute bezeichnen wir die beiden entstandenen Töne im ersten Fall als Oktave und im zweiten Fall als Quinte. Beide Kombinationen gelten allgemein als wohlklingende Intervalle.

II. Hauptteil

1. Fourieranalyse

Pythagoras erzeugte, freilich ohne es genau zu wissen, eine stehende Welle[1] mit seiner Saite, die ihrerseits die Luft in Schwingungen versetzte und so einen Ton erzeugte. Das „wohlklingende“ Intervall wurde von ihm deshalb als solches empfunden, weil die Obertöne eines C auf dem Klavier mit denen der Quinte zum C, also dem G, harmonieren, d.h. von der Frequenz der Obertöne (Harmonischen) aus betrachtet übereinstimmen. Pythagoras schuf mit seinen zwei Saiten wahrscheinlich relativ reine Töne, jedoch muss auch ihm aufgefallen sein, dass sich der Klang seiner Saiten vom Klang anderer Saiten gleicher Länge aber unterschiedlicher Bauweise (Material, Beschaffenheit…) unterschied.

Betrachtet man eine stehende Welle, bei der man die Frequenz ständig erhöht, so kann man beobachten, dass die Welle nur bei bestimmten Frequenzen zu einer stehenden Welle geformt wird. Man nennt diese Frequenzen auch Obertöne oder *k*-te Harmonische der Grundfrequenz. Diese Obertöne haben eine Frequenz, die ein ganzzahliges Vielfaches der Grundfrequenz ist. Sie bilden auch wieder stehende Wellen, allerdings mit mehr Schwingungsbäuchen. Die Anzahl dieser Schwingungsbäuche steigt von Oberton zu Oberton an.[2]

Der Klang eines Musikinstrumentes lässt sich jedoch nicht mit einer einfachen Schwingung beschreiben. Genauer gesagt entstehen die Klänge aus verschiedenen Schwingun-

[1] Siehe Anhang 3.2.1
[2] Vgl. (Wikipedia - Obertöne)

gen, die sich überlagern und einen neuen Klang bilden. Es überlagern sich immer Schwingungen der Grundfrequenz des Wellenträgers mit Schwingungen der Obertonfrequenzen eines Wellenträgers. Ein stark vereinfachtes Beispiel ist ein Gummiband, das an beiden Enden befestigt zur Schwingung angeregt werden soll:

Was passiert, wenn man ein Gummiband in die Hand nimmt und daran zupft? Das Gummiband vollführt nach dem Zupfen scheinbar keine Bewegung, die einer einfachen Schwingung entspricht. Die Bewegung des Gummibands kann aber durch mehrere Schwingungen beschrieben werden, die sich überlagern. Dabei gibt es auch hier die Schwingung der Grundfrequenz (1. Harmonische) und die Obertöne (*k*-te Harmonische). Aus diesen Schwingungen lässt sich die Bewegung des Gummibands rekonstruieren.

1.1 Analyse von Klängen

Ebenso ist klar, dass der Klang eines Instrumentes wesentlich komplexer ist, als der einer Stimmgabel, welcher bei guten Stimmgabeln aus einer einzigen Schwingung besteht. Spielt man auf einer b-Klarinette ein D und auf einer C-Querflöte ein C, so hat man, wenn die zwei Instrumente richtig gestimmt sind, zwei Töne der gleichen Frequenz, die sich aber vom Klang her unterscheiden. Der Unterschied des Klangs rührt einzig von den Amplituden der einzelnen Harmonischen (Obertöne) her, die bei jedem Instrument unterschiedlich sind. Die Amplituden der Harmonischen kennzeichnen den Klang eines Instrumentes. Helmholtz[3] und andere Physiker fanden heraus, welche Obertonausprägungen charakteristisch für einen Klang sind:

Bei lauten hohen Obertönen wird der Klang als hell, rau, spitz, scharf, im Extremfall sogar als schrill empfunden.

Bei hervortretenden tiefen Obertönen wird der Klang eher als dumpf, dunkel, klangvoll, musikalisch, weich und angenehm empfunden.

Sind die geradzahligen Harmonischen lauter als die ungeraden Harmonischen, so wird der Klang als angenehm, glatt oder zart empfunden.

Sind die ungeradzahligen Harmonischen lauter, so wird der Klang als aggressiv, unelegant, hohl und näselnd empfunden.[4]

Welche Obertöne mit welcher Amplitude in einem Klang enthalten sind, kann man mit

[3] Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz (* 31. August 1821 in Potsdam; † 8. September 1894 in Charlottenburg) deutscher Physiologe und Physiker

[4] Vgl. (Stolz & Plüss, 2006)

Hilfe der Fourieranalyse ermitteln. Jean Baptiste Fourier[5] entwickelte eine Formel[6], mit deren Hilfe man, ausgehend von der Grundfrequenz, die Amplitude der *k*-ten Harmonischen ermitteln kann.

Die auf diese Weise errechneten Amplituden werden nun gegen die Frequenzen aufgetragen. Man erhält ein Klangspektrum, welches von Instrument zu Instrument verschieden ist und den Klang eines Instrumentes beschreiben kann:

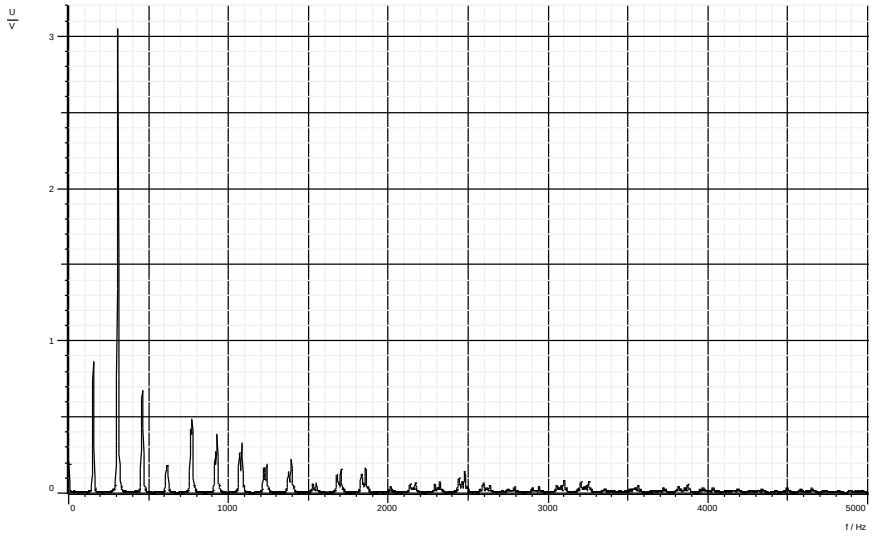


Abb. Beispiel eines Klangspektrums

1.1.1 Vergleich von verschiedenen Flügeln bzw. Klavieren

Vergleicht man den Klang zweier Flügel, auch wenn sie vom selben Hersteller sind, so fällt auf, dass jeder Flügel anders klingt. Dies lässt sich auch weiter ins Detail übertragen. Bekanntlich haben die höheren Töne eines Flügels oder auch Klaviers drei Saiten. Diese drei Saiten klingen niemals gleich. Dadurch entsteht eine akustische Schwebung, d. h. es erklingen Töne mit nur gering unterschiedlicher Frequenz. Dies ist aber bei einem Klavier oder Flügel gewollt, da der Klang deshalb an „Wärme“ dazu gewinnt.[7]

Als besonders gut klingend werden dabei Flügel mit vielen aber schwach ausgeprägten Harmonischen empfunden.[8] Über diese Tatsache lässt sich vielleicht auch die Qualität und der Wert eines Flügels oder auch Klaviers festmachen.

Betrachtet man einen einzelnen Ton, so fällt auch auf, dass sich die Frequenzen der Harmonischen nicht genau als ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz erweisen, sondern geringfügig abweichen. Der dadurch entstehende Klang ist ebenfalls charakteris-

[5] Jean Baptiste Joseph Fourier (* 21. März 1768 bei Auxerre; † 16. Mai 1830 in Paris) Physiker
[6] Siehe Anhang 1
[7] Vgl. (Gerdan, 2004)
[8] Vgl. (Fiedlschuster, 2006) S. 45

tisch für ein Klavier bzw. einen Flügel.[9] Grund für diesen Effekt ist die Trägheit der Saiten. Die Wellengeschwindigkeit steigt mit der Frequenz und somit ist die resultierende Frequenz selber auch größer, als man sie als ganzzahliges Vielfaches erwarten würde.[10]

Ein Flügel bzw. ein Klavier verändert ebenfalls kurz nach dem Anschlagen die Klangfarbe *(Siehe Abb. 2)*. Hier ist das Klangspektrum direkt nach dem Anschlagen schwarz und nach dem Einschwingen rot dargestellt. In diesem Fall liegt die Grundfrequenz bei rund 260 Hz. Der hörbar spitze Klang beim Anschlagen hat sich also in einen wärmeren weicheren Klang verwandelt. Dies kann man gut an der dritten Harmonischen sehen, deren Amplitude nach dem Einschwingen nahezu null ist. Darüber hinaus ist die Amplitude der Grundfrequenz stark zurückgegangen und die Obertöne treten mehr hervor. Auch kann man erkennen, dass die Lautstärke des Tons mit der Zeit nachlässt, da ihm keine Energie mehr zugeführt wird.

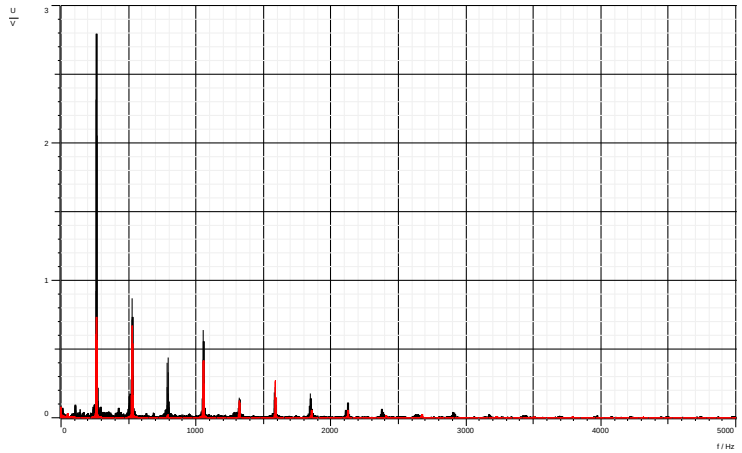


Abb. Klangspektrum eines Flügels nach dem Anschlagen (schwarz) und Einschwingen (rot)

[9] Vgl. (Wikipedia - Obertöne)
[10] Vgl. (Bader, 2000) S. 151

1.1.1.1 Vergleich zweier Flügel

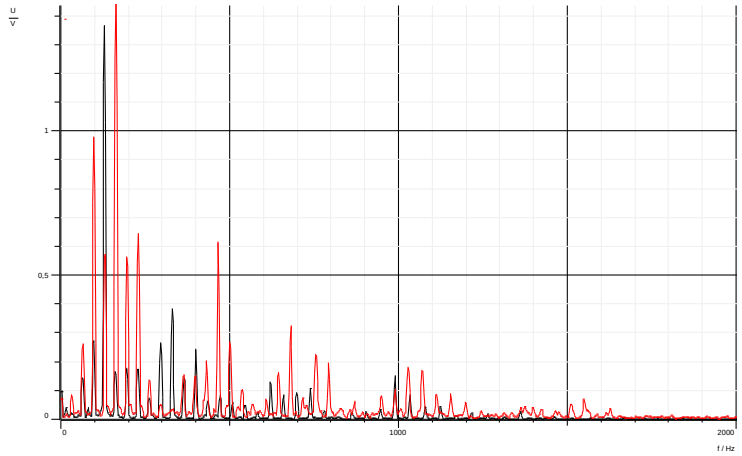


Abb. Vergleich der Klangspektren zweier Flügel, Grotian Steinweg (schwarz) Steinway & Sons (rot)

Bei zumindest theoretisch der selben Grundfrequenz, da der selbe Ton gespielt wurde, unterscheiden sich die Tonspektren der beiden Flügel sehr stark voneinander. In diesem Fall ist der Flügel von Steinway & Sons[11] rot und der Grotian Steinweg[12] Flügel schwarz dargestellt. Im Frequenzbereich von 100 Hz bis 200 Hz und von 250 Hz bis 350 Hz ist der Unterschied bei dieser Messung gut sichtbar. Man kann erkennen, dass der Flügel von Grotian Steinweg in diesen Intervallen stärker ausgeprägte Obertöne hat. Daraus kann man schlussfolgern, dass Steinway & Sons den vermutlich wohlklingenderen Flügel produziert hat, da er die niedrigeren Obertöne nicht so stark hervorhebt. So gibt es von Flügel zu Flügel „Qualitätsunterschiede“, die man nicht nur als geübter Instrumentenbauer hören, sondern auch auf diese Weise „sichtbar“ machen kann.

1.1.1.2 Vergleich zwischen Flügel und Klavier

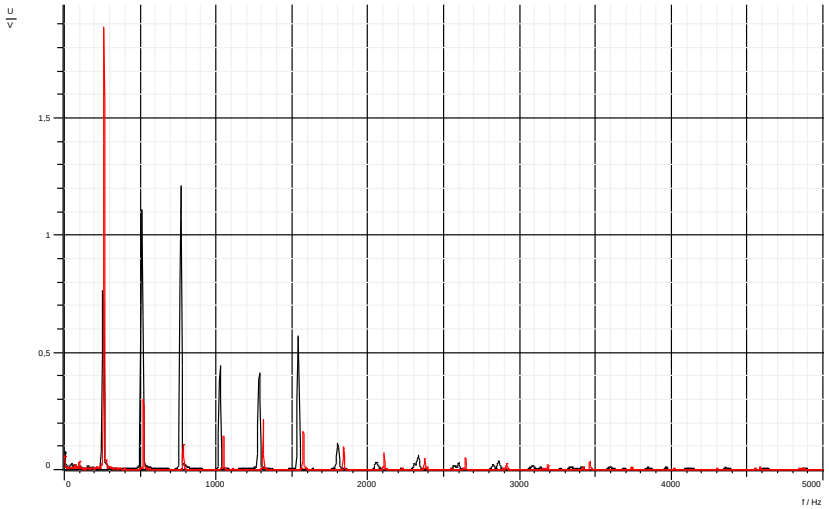


Abb. Vergleich der Klangspektren von einem Flügel (rot) und einem Klavier (schwarz)

[11] Siehe Anhang 3.1.3
[12] Siehe Anhang 3.1.1

Ein Klavier ist anders aufgebaut, als ein Flügel. Daher sollte es auch einen etwas anderen Klang haben.

Der Thürmer[13] Flügel (hier rot dargestellt) hat im Gegensatz zum Klavier[14] wesentlich geringer ausgeprägte Harmonische, hebt dafür aber die Grundfrequenz wesentlich deutlicher hervor. Beim Klavier treten also die hohen Harmonischen mehr hervor, während der Klang des Flügels von der Grundfrequenz geprägt wird. Bei der Messung war der Unterschied auch wahrzunehmen. So wurde der Klang des Flügels im Vergleich zu dem des Klaviers als „sauberer“ empfunden. Aufgrund der Bauweise eines Klaviers, kann sich ein Klang in seinem Inneren nicht so entwickeln, wie bei einem offenen Flügel, bei dem die Saite fast vollständig frei liegt.

1.1.1.3 Das Keyboard im Vergleich

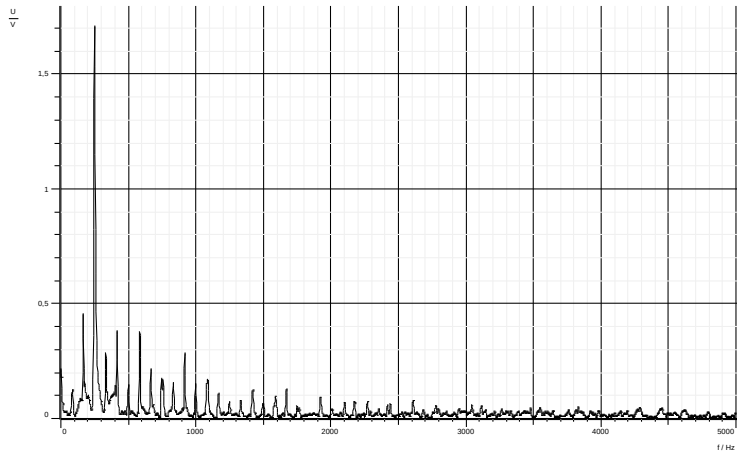


Abb. Klangspektrum des C4 eines Keyboards nach dem Anschlagen

Das Klangspektrum des Keyboards[15] ähnelt mehr dem eines Flügels als dem eines Klaviers. Hervorgehoben wird auch hier einer der unteren Obertöne, während alle anderen im Vergleich eine fast verschwindend geringe Amplitude haben. Natürlich kann man bei modernen Keyboards zwischen Flügel und Klavier wählen. Allerdings ist es nahezu unmöglich elektronisch den Klang eines Flügels bzw. Klavier nachzubilden. Dies wird auch beim Anschlagen des Tons deutlich.

Das Bild der Amplituden der Harmonischen beim Anschlagen des Keyboards unterscheidet sich wesentlich von dem eines Flügels[16]. Noch dazu fällt auf, dass sehr viele „Peaks[17]“ mit sehr geringer Amplitude vorhanden sind. Dies lässt auf das Rauschen des Lautsprechers des Keyboards schließen. Der Klang ist also „unsauber“. Das Einschwin-

[13] Siehe Anhang 3.1.2
[14] Siehe Anhang 3.2
[15] Siehe Anhang 3.3
[16] Siehe Abb. 2
[17] Als *Peak* wird die Spitze der einzelnen „Säulen“ bezeichnet; siehe auch Anhang 1.2

gen mit einem Keyboard zu simulieren ist technisch sehr schwer, da dies darüber hinaus von äußeren Faktoren abhängig ist. Außerdem produziert ein Keyboard wegen der Lautsprecher wesentlich mehr Nebengeräusche, die den Klang zusätzlich „verwischen“.

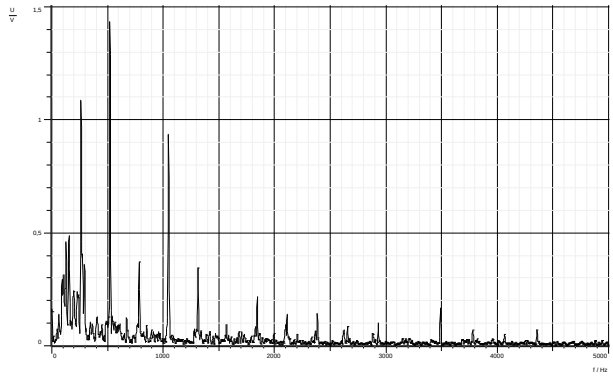


Abb. Klangspektrum des C4 eines Keyboards beim Anschlagen

1.1.1.4 Das Cembalo im Vergleich

Der Vorgänger des Flügels bzw. Klaviers ist das Cembalo[18]. Hauptsächlich wurde das Cembalo im Barock[19] eingesetzt. Der Klang des Cembalos unterscheidet sich von dem des Flügels vor allem in der Qualität. Das Cembalo hat einen wesentlich unsaubereren Klang als ein Flügel.

Beim Cembalo treten die Harmonischen immer in Gruppen auf. So ist gut zu erkennen, dass der Klang des Cembalos durch viele unterschiedlich stark ausgeprägte Obertöne gekennzeichnet ist. Nun ist auch verständlich, woher der Klang eines Cembalos kommt, der sich gänzlich von dem eines Flügels unterscheidet. Die zahlreichen Obertöne sorgen zwar dafür, dass der Klang „voll“ wird, gleichzeitig machen sie ihn aber auch unsauber[20]. Auch fällt auf, dass die Obertöne wiederum keine ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz sind, sondern immer weiter von diesem Wert abweichen. Bei 3602 Hz weicht der errechnete Wert der 54. Harmonischen schon um 38 Hz ab. Dies kann nicht nur durch Messungenauigkeit erklärt werden.

[18] Siehe Anhang 3.7
[19] Gemeint ist hier vor Allem der musikalische Frühbarock von 1600-1650
[20] Anmerkung: subjektive Wahrnehmung

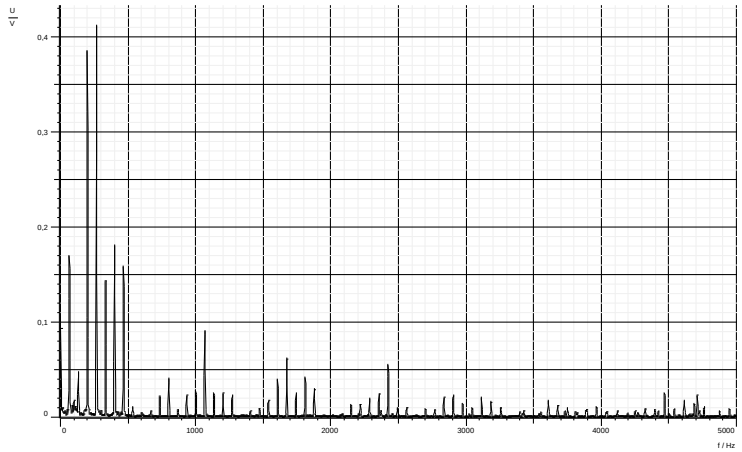


Abb. Klangspektrum des C1 eines Cembalos

Betrachtet man ein Klangspektrum eines Cembalos kurz nach dem Anschlagen und vergleicht es mit dem oberen, so fällt auf, dass nur vereinzelte Obertöne stark ausgeprägt sind, die Amplituden der anderen Harmonischen aber sehr gering sind. Das Cembalo klingt zunächst, wie Klavier und Flügel auch, anders und schwingt erst nach einiger Zeit mit dem für ein Cembalo typischen Klang.

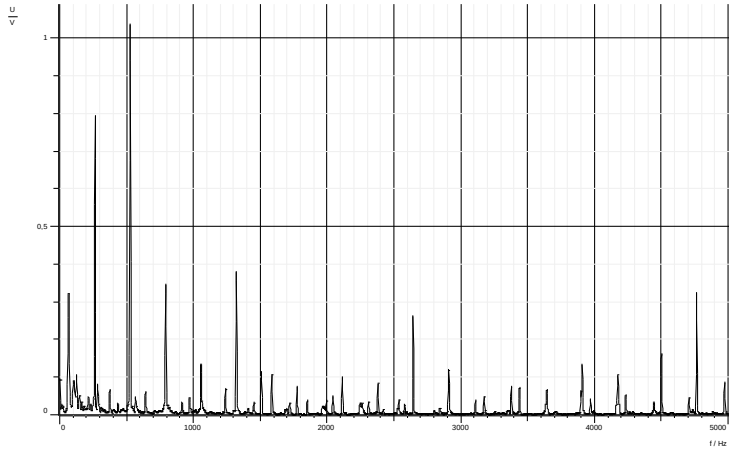


Abb. Klangspektrum des C1 eines Cembalos beim Anschlagen

1.1.2 Gitarre

Bei einer Gitarre[21] dient der Korpus als Resonanzkörper. Er soll bei möglichst vielen Frequenzen eine möglichst große Resonanz ermöglichen. Die Schwingung der Saite wird über einen Steg auf die Resonanzdecke und von dort aus auf die Luft übertragen. Der Resonanzkörper der Gitarre verstärkt die Schallwellen.

[21] Siehe Anhang 3.6

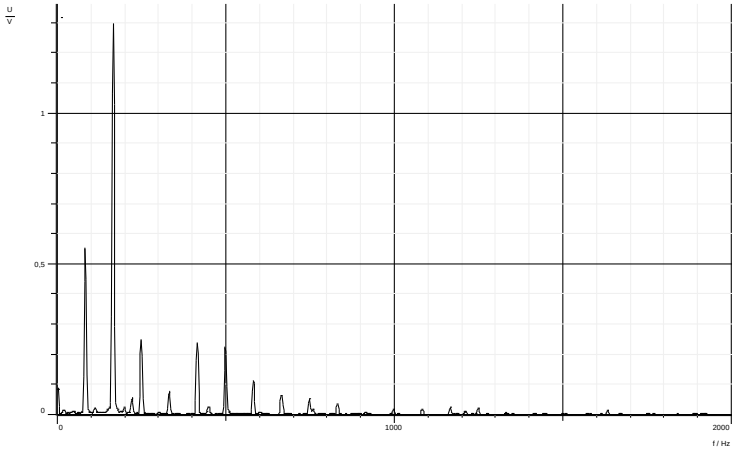


Abb. Klangspektrum der E-Saite einer Gitarre

Die wenigen vorhandenen hohen Harmonischen sind nur sehr schwach ausgeprägt und die niedrigen eher stärker. Folglich erzeugt eine Akustikgitarre einen relativ sauberen, weichen und angenehmen Klang[22]. Im Gegensatz zum Klavier bzw. Flügel sind die Obertöne ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz.

Beim Anschlagen weist der Klang einer Gitarrensaite noch wesentlich stärker ausgeprägte Obertöne auf, als einige Zeit später nach dem Einschwingen. Dieses Phänomen ist auch hörbar. Der Klang wird „sauberer“.

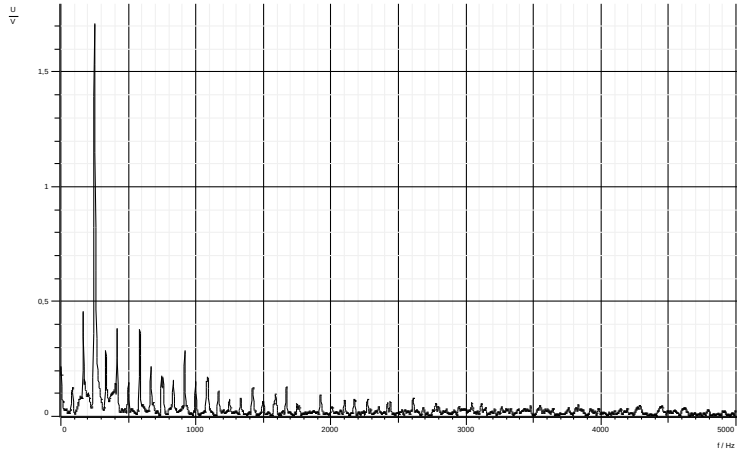


Abb. Klangspektrum der E-Saite einer Gitarre beim Zupfen

1.1.3 Querflöte

Eine Querflöte kann als Wellenträger mit zwei freien Enden angesehen werden, da ihr Mundstück im Gegensatz zu dem einer Klarinette ein freies Ende darstellt. Die Luftsäule im Flötenrohr wird durch das Überblasen am Mundstück in Eigenschwingung versetzt. Diese Eigenfrequenz wirkt wieder auf den erzeugten Luftstrom am Mundstück der Querflöte zurück. Dadurch entsteht dort ein periodischer Über- bzw. Unterdruck, welcher die Eigenschwingung der Querflöte in kurzer Zeit verstärkt. Dies geschieht so lan-

[22] Siehe 1.1

ge, bis sich ein Gleichgewicht zwischen den beiden Energien gebildet hat.[23] Jetzt hat sich der Flötenton gebildet. Bei dieser Messung geschieht dies in etwa 100ms.

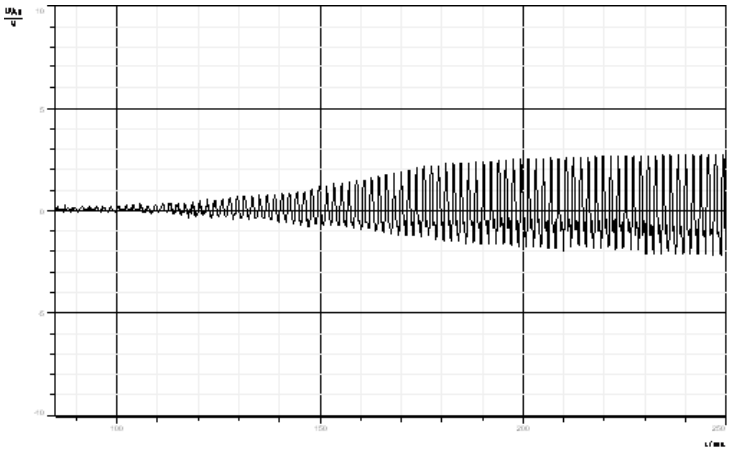


Abb. Schallschwingungen des C2 einer Querflöte beim Anblasen

Beim Spielen legt der Spieler die Grundfrequenz durch das Schließen bzw. Öffnen der einzelnen Löcher fest.

„Eine gut angeblasene Querflöte hat schwach ausgeprägte Obertöne.“[24]

Diese Behauptung lässt sich leicht mit der Messung bestätigen. Beim Anblasen dieser Querflöte liegt eine Grundfrequenz von 542 Hz vor. Die Obertöne, in diesem Fall die 1. bis 5. Harmonische, sind nahezu ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz. Man kann deutlich erkennen, dass sie wesentlich schwächer ausgeprägt sind.

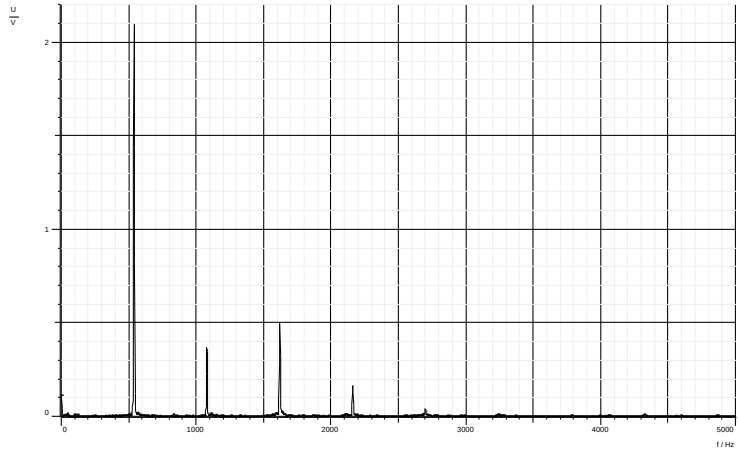


Abb. Klangspektrum einer Querflöte

Nach kurzer Zeit, etwa 100 ms, haben sich die Amplituden der Obertöne geändert. Anscheinend werden bei der Querflöte die ungeraden Harmonischen betont. Wenn man dann die Theorie darauf anwendet, dass Klänge mit ungeraden Harmonischen besonders aggressiv und unelegant sowie hohl und näselnd klingen, so lässt sich dies meiner Mei-

[23] Vergl. (Stolz & Plüss, 2006)
[24] Zitat (Bader, 2000) S.152

nung nach zumindest auf besonders hohe Flötentöne beziehen. Hinzu kommt, dass der Klang einer Querflöte von ihrem Material abhängig sein muss, da diese Messungen theoretisch nicht dem Vergleich mit einer Holz-Querflöte standhalten.

Diese hingegen betont die geraden Harmonischen. Dadurch ergibt sich für sie ein glatter und zarter Klang. Hinzu kommt noch, dass die Obertöne nicht sehr stark ausgeprägt sind, was den Klang zusätzlich noch „weich“ erklingen lässt.[25]

1.1.4 Klarinette

Besonders charakteristisch für den Klang eines Blasinstrumentes ist auch die Ausprägung[26] der einzelnen Obertöne beim Anblasen. Eine Klarinette hat auf Grund ihrer Bauweise ein festes und ein freies Ende. Das Mundstück der Klarinette gilt dabei als festes Ende, da das Loch, welches es freilässt, durch das „Blättchen“ derartig eingeschränkt ist, dass Luft zwar in der einen Richtung hinein, aber keinesfalls wieder hinaus kann. Folglich kann die Klarinette auch mit kürzerem Wellenträger wesentlich tiefere Klänge erzeugen als die Querflöte bei gleicher Rohrlänge.

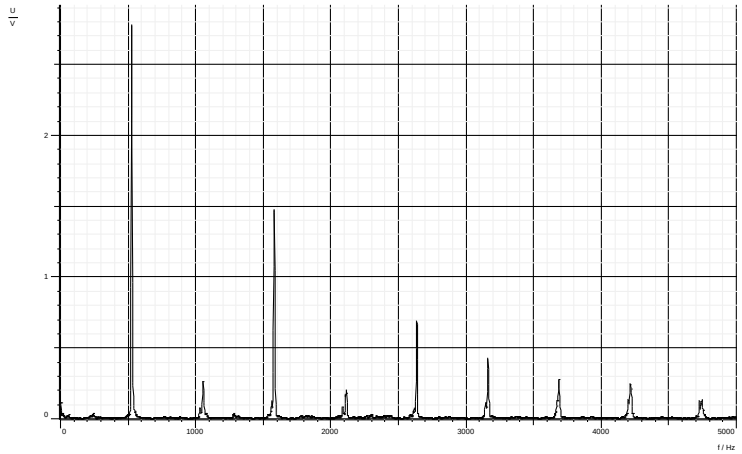


Abb. Klangspektrum einer Klarinette nach dem Anblasen

Der Klang einer Klarinette unterscheidet sich wesentlich von dem einer Querflöte. Dass dies so sein muss, lässt sich wiederum auf die Bedingungen für das Entstehen einer stehenden Welle in ihrem Inneren zurückführen. Das Klangspektrum einer Klarinette verrät außerdem auch diese Randbedingungen. Die Klarinette betont die ungeradzahligen Harmonischen, während die geradzahligen Harmonischen auch wegen ihrer zylindrischen Bohrung nicht so stark ausgeprägt sind.[27] Dies zeigt sich besonders beim Anblasen. Auch zeigt sich beim Anblasen, dass bei einer Klarinette schon nach 80 ms ein Klang entstanden ist. Dies muss aber nicht unbedingt mit der Beschaffenheit der Klarinette im Vergleich zur Querflöte zu tun haben, sondern kann ebenso gut vom Spieler

[25] Vergl. (Stolz & Plüss, 2006)
[26] Bzw. Amplitude
[27] Vergl. (Wikipedia - Klarinette)

abhängen.

Auch bei dieser Messung kann man erkennen, dass oben Genanntes zutrifft. In diesem Fall wurde ein D2 auf einer Klarinette angespielt.

Die Grundfrequenz liegt bei 528 Hz. Man kann gut erkennen, dass die ungeraden Obertöne deutlich betont werden und somit den Klang der Klarinette charakterisieren. In diesem Fall liegen die wichtigen Harmonischen bei rund 1580 Hz (3te Harmonische) und 2636 Hz (5te Harmonische). Die geringen Abweichungen von jeweils 4 Hz sind wiederum charakteristisch für den Klang der Klarinette.

Betrachtet man das Tonspektrum einer Klarinette einige Zeit nach dem Anspielen, so kann man genau wie bei der Flöte erkennen, dass sich die Amplituden der Obertöne geändert haben. Jetzt trifft die Theorie, dass eine Klarinette immer die ungeraden Harmonischen betont, nur noch bedingt zu. Der Klang der Klarinette hat sich also der Theorie nach geändert. Nun scheinen eher die geraden Harmonischen betont zu sein als die ungeraden. Der Theorie nach müsste sich der Klang nun also hörbar geändert haben:

Beim Anblasen waren die betonten ungeraden Harmonischen Kriterien für den eher rauen Klang der Klarinette[28]. Darüber hinaus sollte der Klang als aggressiv, unelegant und näselnd empfunden werden.

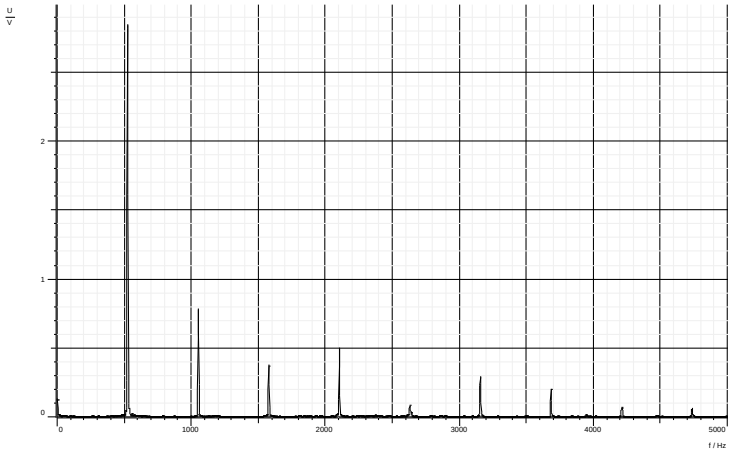


Abb. Klangspektrum einer Klarinette

Nach einiger Zeit müsste man nun einen eher weichen Klang hören, der glatter und harmonischer erklingt. [29]

Tatsächlich aber kann man kaum einen Unterschied erkennen. Aber auch diese Resultate sind stark vom „Können“ des Klarinettisten abhängig.

Der Unterschied zwischen dem Klang einer Querflöte und einer Klarinette lässt sich

[28] Vergl. (Bader, 2000) S. 152
[29] Vergl. (Stolz & Plüss, 2006)

aber auch am Klangspektrum der beiden Instrumente ablesen. Als Beispiel sind hier das D1 einer Klarinette und das C1 einer Querflöte übereinander dargestellt. Dabei ist das C1 rot gefärbt. Die beiden Töne wurden so gewählt, da sie bei richtig gestimmten Instrumenten die gleiche Frequenz haben müssten, weil die Klarinette eine b-Klarinette ist und die Querflöte eine C-Querflöte. Das Stimmen ist theoretisch mit Hilfe der Fourier Analyse möglich.

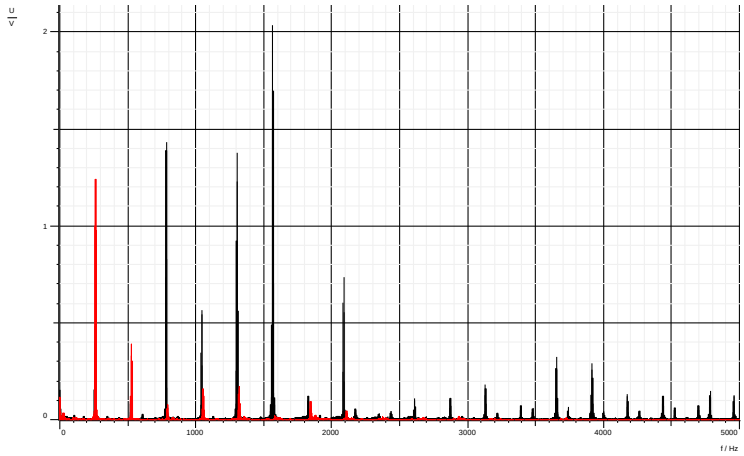


Abb. Klangspektren einer Klarinette (schwarz) und einer Querflöte (rot)

1.1.5 Vergleich verschiedener Vokale der menschlichen Stimme

Der Mensch kann der Luft in seinem Mund beim Sprechen durch die Verformung des Mundes bestimmte Eigenschwingungsformen und Frequenzen aufzwingen. Beim Sprechen werden dann einige dieser Formen durch die Stimmbänder zum Schwingen gebracht. Die Luft schwingt nun mit der durch den Mund vorgegebenen Eigenfrequenz. Durch die unterschiedliche Verformung des Mundes kann der Mensch die Amplituden der harmonischen Oberschwingungen regeln. Durch diese gesteuerten Amplituden unterscheiden sich die Vokale. Sie sind verantwortlich für den Unterschied zwischen „a-a-a“ und „e-e-e“.

Ein Vokal klingt immer gleich, egal in welcher Tonhöhe man ihn ausspricht. Da wir aber durch die Form unseres Mundes immer nur bestimmte Frequenzen hervorheben und sich diese Frequenzen auch beim Sprechen mit höherer Stimme nicht ändern, muss sich die Qualität des Klanges ändern. Das Verhältnis der harmonischen Oberschwingungen zur Grundschwingung ändert sich folglich. Daraus folgt auch, dass wir Vokale ab einer bestimmten Grundfrequenz nicht mehr unterscheiden können. Bei einem Opernbesuch kann man dies sehr gut beobachten. Singt die Solistin sehr hoch, können wir den Text nicht mehr verstehen.

Darüberhinaus kann unser Verfahren, Sprache zu erkennen, also zu hören, folglich nicht

auf bestimmten, spezifischen, harmonischen Beziehungen beruhen.[30]

Beispiel:

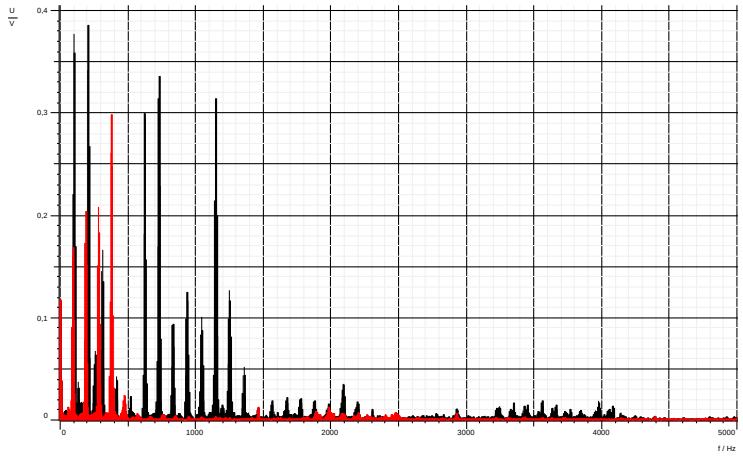


Abb. Klangspektren der Vokale A (schwarz) und E (rot)

Bei dieser Messung wurde die FFT-Analyse auf eine männliche Stimme angewandt. Schwarz ist der Vokal A und rot der Vokal E dargestellt. Die Grundfrequenz liegt bei etwa 100 Hz. Man kann gut erkennen, dass sich die Vokale nur an der Amplitude ihrer Obertöne unterscheiden.

III. Schluss

Die Fourieranalyse wird nicht nur in der Physik verwendet, sondern auch in der Kryptographie und in der Signalverbreitung. Beispielsweise ermöglicht die Fourieranalyse die Übertragung eines Fernsehbildes.

Gezeigt wurde in dieser Facharbeit, dass sich jeder Klang durch die Überlagerung von einzelnen Schwingungen, die von einer Grundfrequenz abhängig sind, darstellen lässt. Warum zwei Instrumente völlig unterschiedlich klingen, obwohl sie den „gleichen“ Ton spielen, lässt sich ebenfalls mit der Fourieranalyse erklären. Allerdings kann ein Klangspektrum nur als charakteristisch für einen statischen, sich nicht verändernden Klang, gelten. Dass statische Klänge in der Realität sehr unrealistisch sind, ist ebenfalls einleuchtend. Darüber hinaus ist gezeigt worden, wie sich Klänge durch ihre Obertöne beschreiben lassen und was den Klang eines Instrumentes ausmacht, d. h. welche Obertöne ihn prägen.

[30] Vgl. (Feynman, Leighton, & Sands, 1973)

IV. Anhang

1. Die Fourierreihe

Dieser Teil der Facharbeit soll erklären, wie die Klangspektren entstehen:

Allgemein lässt sich die Winkelfrequenz mit $\omega = \frac{2\pi}{T}$ beschreiben. Die Harmonischen, sprich die Obertöne, können dann als 2ω, 3ω, 4ω… dargestellt werden. Jede Schwingung kann als Summe von zeitabhängigen, überlagerten Sinus- und Kosinus-Schwingungen dargestellt werden. Also kann jede Funktion *f(t)*, die zusätzlich periodisch zur Periode T verläuft, mathematisch auf folgende Weise beschrieben werden:

3.1

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t + a_2 \cos 2\omega t + b_2 \sin 2\omega t + a_3 \cos 3\omega t + b_3 \sin 3\omega t + \cdots$$

3.2

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t$$

Dabei sind a_n und b_n numerische Konstanten, die festlegen, zu welchem Anteil die jeweilige Harmonische in der Schwingung, die untersucht wird, enthalten ist. Die Konstante a_0 ist für die Verschiebung des Nullniveaus verantwortlich.

1.1 Fourierkoeffizienten

1.1.1 a_0

a_0 lässt sich durch Integrieren von *f(t)* (3.2) über einem periodischen Intervall [0, T] bestimmen:

3.3

$$\int_0^T f(t)dt = \int_0^T a_0 dt + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^T \cos n\omega t \; dt + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \int_0^T \sin n\omega t \, dt$$

Betrachtet man als Beispiel eine einfache Sinus- und eine einfache Kosinus-Funktion, so wird klar, dass die Integrale $\cos n\omega t$ und $\sin n\omega t$ null sind.

Eine einfache Kosinus-Funktion zur Erklärung:

Das Integral der grauen Flächen dieser Kosinus-Funktion ist dem Betrag nach gleich dem der gelben. Auf Grund der unterschiedlichen Vorzeichen heben sich die Integrale also auf.

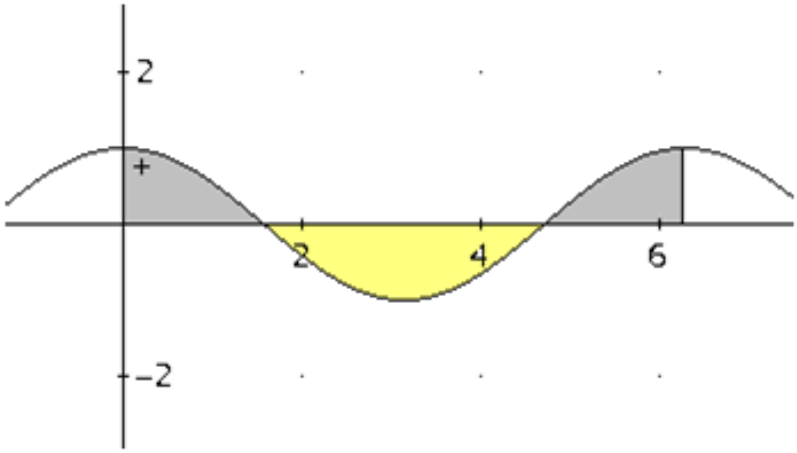


Abb. Einfache Cosinus-Funktion

Daraus folgt:

3.4.1

$$\int_0^T f(t)dt = \int_0^T a_0\, dt = [a_0 t]_0^T = T a_0$$

3.4.2

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$$

1.1.2 a_n

Fourier fand heraus, dass man diese Koeffizienten erhält, indem man die Gleichung (3.2) mit einer harmonischen Funktion (cos mωt, m ϵ N) multipliziert.

3.5

$$f(t)\cos m\omega t = a_0 \cos m\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t \cos m\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t \cos m\omega t$$

3.6

$$\int_0^T f(t)dt \cos m\omega t = \int_0^T a_0 \cos m\omega t\, dt + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^T \cos n\omega t \cos m\omega t\ dt$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} b_n \int_0^T \sin n\omega t \cos m\omega t\ dt$$

Das zweite Integral ergibt null, da es über eine Periode berechnet wird. Ebenso ist das Integral

3.7

$$\int_0^T \sin n\omega t \cos m\omega t \, dt = 0$$

Übrig bleiben also nur:

3.8

$$\int_0^T f(t) \cos m\omega t \, dt = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^T \cos n\omega t \cos m\omega t \, dt$$

Da

3.9

$$\int_0^T \cos n\omega t \cos m\omega t \, dt = \begin{cases} 0 \text{ für m} \neq \text{n} \\ \frac{T}{2} \text{ für m} = \text{n} \end{cases}$$

gilt, verbleibt aus der Summe folglich nur noch das Glied, dessen n = m ist. Daraus ergibt sich für a_n:

3.10

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega t \, dt$$

Mit dieser Formel lässt sich die Amplitude a_n der n-ten Harmonischen bestimmen.

1.1.3 b_n

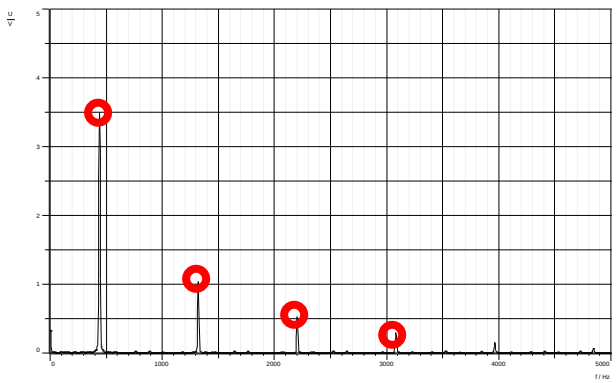
Um diesen Koeffizienten zu bekommen, muss man mit der Gleichung 3.2 genauso verfahren wie bei a_n. Nur verwendet man statt *cos mωt* den *sin mωt*. Es ergibt sich für b_n:

3.11

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega t.$$

1.2 Von den Koeffizienten zu den „Peaks“

Als Peaks werden die Erhebungen über den Frequenzen bezeichnet (rot markiert):



Beide Koeffizienten a_n und b_n bilden nun den Koeffizienten c_n, der die eigentliche Amplitude des Peaks n der Frequenz f ist.

Dabei gilt:

$$\cos(\omega t + \varphi) = \cos(\omega t)\cos\varphi - \sin(\omega t)\sin\varphi$$

Daraus folgt:

$$a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(\mathrm{n}\omega\mathrm{t}) = \mathbf{c}\cos(\omega\mathrm{t} + \varphi)$$

$$a = c\cos\varphi$$
$$b = -c\sin\varphi \quad <=> c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

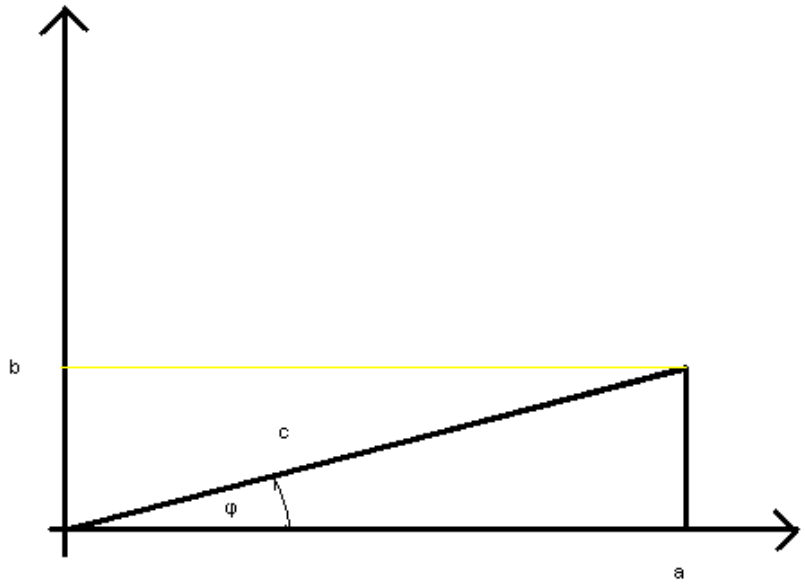


Abb. Koeffizient c

2. Die Versuche

2.1 Versuchsausrüstung

Universalmikrofon *Leybold Didactic*

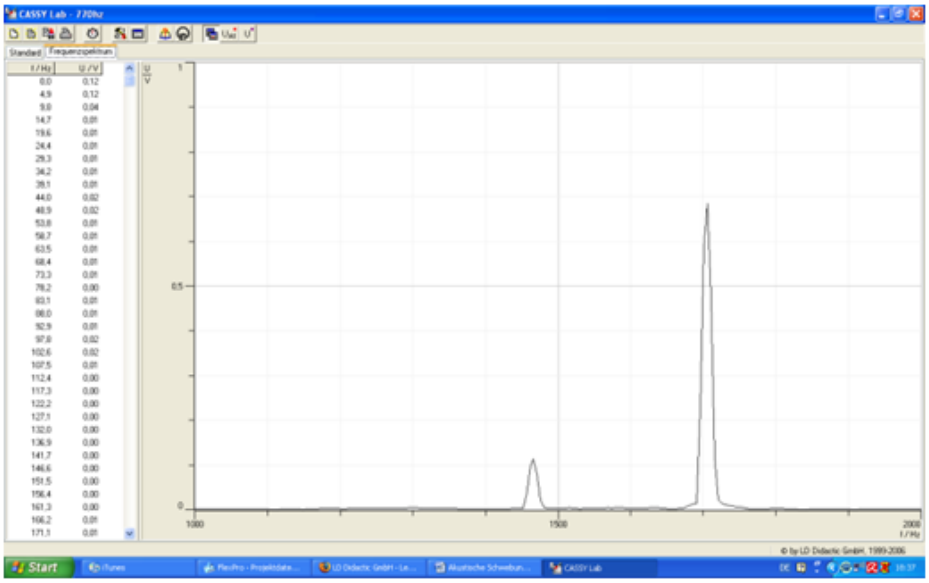
Batteriebetriebenes Sondenmikrofon für alle akustischen Versuche im Tonfrequenz- und Ultraschallbereich

Sensor Cassy *Leybold Didactic*

Kaskadierbares Interface zur Messdatenaufnahme; zum Anschluss an die serielle Schnittstelle RS232 eines Computers, an ein weiteres CASSY-Modul oder an das CASSY-Display

Cassy Lab *Leybold Didactic*

Zum Aufzeichnen des Klangspektrums und für die Auswertung mittels FFT wurde in diesem Fall die Software Cassy Lab genommen.



2.2 Aufbau

Die Versuche wurden mit der oben angegeben Software und Hardware durchgeführt. Um das Sensor Cassy, welches lediglich über eine serielle Schnittstelle verfügt, an den Computer anzuschließen war ein weiterer Adapter nötig, der den Anschluss an einer USB Schnittstelle ermöglicht.

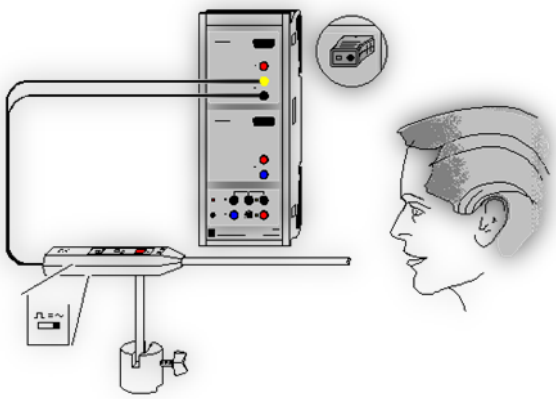
Das Universal Mikrofon wird über zwei Kabel mit dem Cassy verbunden, welches seinerseits über einen seriellen Anschluss mit dem Computer verbunden ist. Auf diesem Computer muss die Software Cassy Lab installiert sein. In Cassy Lab muss dann noch

der Anschluss auf die richtige COM-Schnittstelle eingestellt werden, an der das Sensor-Cassy angeschlossen ist. Danach kann man in Cassy Lab den Messmodus „Automatische Messung“ auswählen. Bei diesen Messungen wurden folgende Einstellungen gewählt, um möglichst genaue Werte zu erhalten:

Es wurde eine automatische Messung im Intervall von 100 µs 4000-mal hintereinander durchgeführt. So ergibt sich eine Messzeit von insgesamt 400 ms. Diese Einstellungen liegen allen Messungen zu Grunde, jedoch sind die Diagramme vergrößert, sodass nur noch eine Messzeit von 50 ms sichtbar ist.

Da das Universal-Mikrofon einen integrierten Messverstärker besitzt, ist es wichtig, dass man vor allem bei der Aufnahme von Musikinstrumenten genug Abstand nimmt und den Messbereich so einstellt, dass die Amplitude nicht über den vorgesehenen Messbereich hinaus gehen kann.

Außerdem muss sich das Mikrofon auf einer möglichst „isolierten“ Fläche befinden, um die Ergebnisse nicht zu verfälschen. Wegen der stark eingeschränkten Möglichkeiten an den verschiedenen Messorten, ließen sich keine Bedingungen schaffen, wie sie in einem richtigen Labor herrschen, daher musste als Unterlage für das Mikrofon oft eine Wolldecke reichen.



2.3 Durchführung

Um die Versuche zu starten ist jetzt nur noch ein „Klick“ notwendig. Allerdings reichte es bei den meisten Messungen nicht aus, sie nur einmal durchzuführen. Um ein Gefühl dafür zu bekommen, wohin die Messung ungefähr gehen müsste, wurden alle Messungen ca. 5-mal durchgeführt, um anschließend das „beste“ Ergebnis auswählen zu können.

3. Stehende Wellen

Das Prinzip einer stehenden Welle lässt sich am einfachsten an Hand zweier fortschreitender Wellen, deren Amplitude $\hat{y}$ und Frequenz f gleich ist, die aber entgegengesetzt laufen, erklären. Wenn man diesen Vorgang an einem Wellenmodell beobachtet, stellt man fest, dass sich aus den zwei Wellen eine einzige Welle gebildet hat, die nicht weiter fortschreitend. Die Schwingung der einzelnen Wellen lässt sich als Zeigermodell darstellen, welches die Elongation der einzelnen Wellen zu jeder Zeit t darstellt (siehe Abb. 19). Bei der Überlagerung von zwei Wellen, entsteht zu jeder Zeit t ein Amplitudenparallelogramm, welches die resultierende Amplitude zeigt. Diese steht stets senkrecht zur t-Achse. Da die Schwingungen die gleiche Amplitude und die gleiche Frequenz haben, entstehen darüber hinaus Schwingungsknoten K_i – hier ist die Elongation immer 0 – und Schwingungsbäuche B, die zwischen maximaler und minimaler Elongation wechseln, also „durchschwingen“. Der Abstand zwischen zwei Schwingungsknoten beträgt eine halbe Wellenlänge $\lambda/2$, alle Teilchen zwischen zwei Schwingungsknoten schwingen phasengleich.

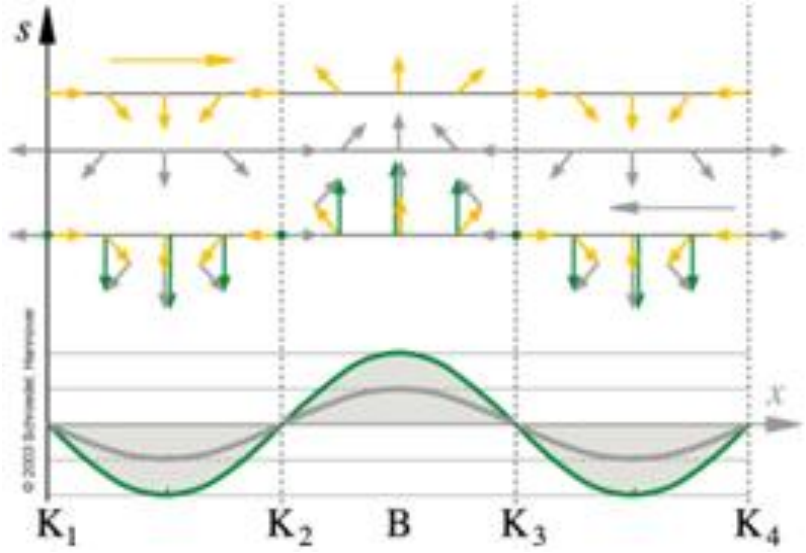


Abb. Die stehende Welle im Zeigermodell

3.1 Reflexion mechanischer Wellen

Mechanische Wellen laufen ohne feste Begrenzung immer weiter fort. Was passiert jedoch, wenn der Wellenträger zu Ende ist, oder die Welle auf eine Wand trifft?
Es entsteht in beiden Fälle eine stehende Welle.

3.1.1 Reflexion an einem festen Ende

Bei der Reflexion einer fortschreitenden Welle an einem festen Ende, zum Beispiel einer Wand, werden Elongation und Schnelle umgekehrt.

Nimmt man zum Beispiel ein Seil, das an einer Wand fixiert ist, und lässt man eine

Welle durch dieses Seil laufen, so bildet sich am Ankerpunkt des Seils ein Knoten. Die Wand ist dann ein stiller Erreger der gleichen Frequenz. Da das Seil dort unbeweglich ist, ist die Elongation an diesem Punkt K null. Wandert ein Wellental auf die Wand zu, so wird es von der Wand nach oben gezwungen. Auf Grund seiner Trägheit, schwingt dieses Tal aber über seine Nullposition hinaus und wird so zu einem Berg.
Daraus ergibt sich eine Verschiebung der Phase um π.

3.1.2 Reflexion an einem freien Ende

Bei der Reflexion einer fortschreitenden Welle an einem freien Ende, zum Beispiel, wenn der Wellenträger endet, werden Elongation und Schnelle reflektiert. Dabei erfahren sie keinen Phasensprung.
Ein Teilchen am Ende eines freischwingenden Wellenträgers schwingt auf Grund seiner Trägheit und, da es kein weiteres Teilchen mitreißen muss, über seine Ruhelage hinaus und ist somit der Beginn einer neuen fortschreitenden Welle in entgegengesetzte Richtung.

3.2 Eigenschwingung und Resonanz

3.2.1 Eigenschwingung bei zwei festen Enden

Jedem Wellenträger lässt sich jede Frequenz aufprägen, so lange er nur ein freies Ende besitzt. Sind nun jedoch beide Enden befestigt, so ergibt sich etwas Neues. Der Wellenträger schwingt nur bei bestimmten Frequenzen, sonst bewegt er sich scheinbar sinnlos. Dieser Vorgang lässt sich am besten mit einem Gummiband erklären, dass zu einer Schwingung angeregt wird:
Normalerweise müsste durch Reflexion eine stehende Welle entstehen. Dies ist allerdings nicht der Fall, da das letzte Teilchen der Welle an der Wand fixiert ist und nicht weiter schwingen kann. Wäre dieses Ende frei, so würde bei jeder beliebigen Erregerfrequenz f eine stehende Welle entstehen. Bei einem festen Ende ist dies allerdings nur möglich, wenn ein Schwingungsknoten genau auf die Verbindung von Wellenträger und Wand fällt. Die dabei vorhandene Erregerfrequenz wird f_o genannt. Bei dieser Frequenz entsteht eine stehende Welle mit zwei Schwingungsknoten am Anfang und am Ende des Trägers und einem Schwingungsbauch bzw. Tal. Eine stehende Welle, in diesem Fall auch Eigenschwingung genannt, kann folglich nur entstehen, wenn die Länge des Träger l ein Vielfaches k der halben Wellenlänge λ ist ($l = k\frac{\lambda_k}{2}$). Daraus ergibt sich, dass diese Eigenschwingungen auch eigene Frequenzen haben müssen:

$$\lambda = \frac{c}{f} \qquad l = k\frac{c}{2f_k} \qquad f_k = k\frac{c}{2l}$$

Diese Eigenfrequenzen der Grundschwingung $f_0, f_1 \ldots$ nennt man auch *k*-te Harmonische bzw. alle zusammen Oberschwingungen.

Regt man einen Wellenträger mit einer Eigenfrequenz an, so tritt Resonanz auf, d. h. die Amplitude des Trägers, kann die des Erregers überschreiten. Bei einem Gummiband führt dies theoretisch zum Zerreißen des Gummibandes.

3.2.2 Eigenschwingung bei zwei freien Enden

Bei zwei freien Enden entsteht, wie oben erklärt, an jedem Ende jeweils ein Schwingungsbauch, an dessen Stelle die Elongation maximal ist. Eine zweimal reflektierte Welle ist folglich wieder phasengleich mit der Ausgangswelle, nur dann kann eine stehende Welle entstehen und Resonanz hervorgerufen werden. Daher gilt hier die gleiche Formel wie bei zwei festen Enden.

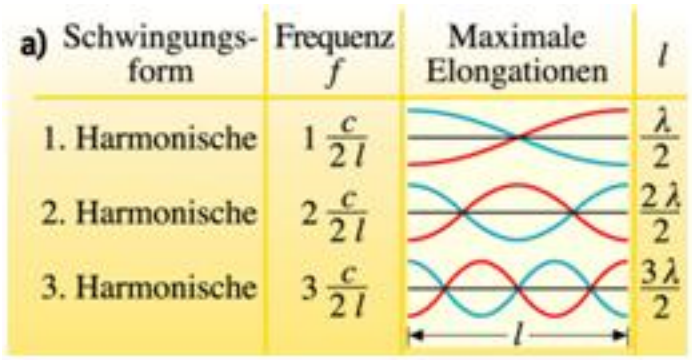


Abb. Eigenschwingung bei zwei freien Enden

3.2.3 Eigenschwingung bei einem festen und einem freien Ende

Da die Reflexion einer Welle an einem festen Ende immer mit Phasensprung erfolgt, und an einem freien ohne, ist es so, als wäre die Luftsäule um λ/4 verkürzt worden. Daraus ergibt sich eine neue Bedingung für die Eigenschwingungen:

$$l = \frac{\lambda_k}{4}(2k-1) \qquad f_k = \frac{c}{\lambda_k} = \frac{(2k-1)c}{4l}$$

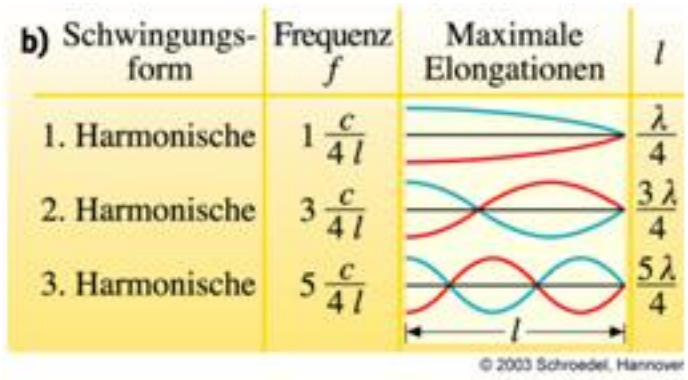


Abb. Eigenschwingung bei einem festen Ende

4. Untersuchte Instrumente

4.1 Flügel

4.1.1 Grotian Steinweg

Aus Braunschweig

Sankt-Angela Gymnasium Wipperfürth

Abbildung Grotian Steinweg

4.1.2 Thürmer

Aus Bochum

Sankt-Angela Gymnasium Wipperfürth

4.1.3 Steinway & Sons

Aus New York

Sankt-Angela Gymnasium Wipperfürth

4.2 Zimmermann Klavier

Aus Strausberg

4.3 Yamaha Clavinova Keyboard

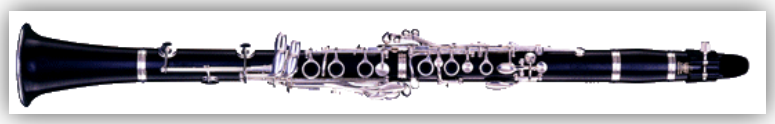
Sankt-Angela Gymnasium Wipperfürth

4.4 Jupiter di Medici Querflöte

Krämer

4.5 Richard Keilwert Klarinette

Krämer



4.6 Höfner Gitarre

Krämer

4.7 Sassmann Cembalo

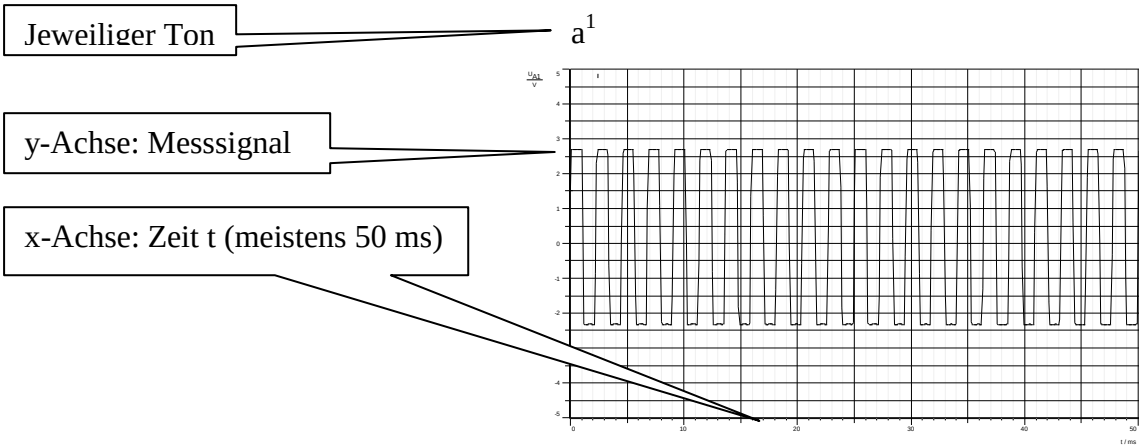
Aus Hückeswagen

Sankt-Angela Gymnasium Wipperfürth

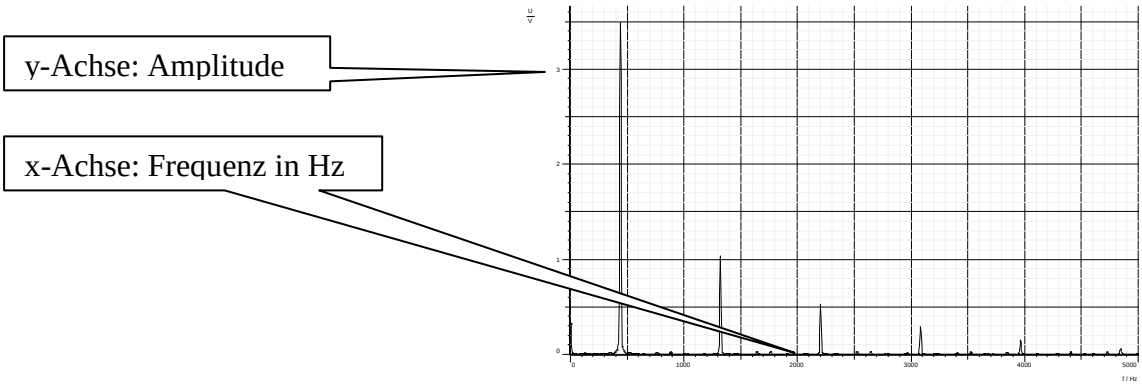
5. Messungen

Erläuterung:

Erstes Diagramm:



Zweites Diagramm (Klangspektrum):

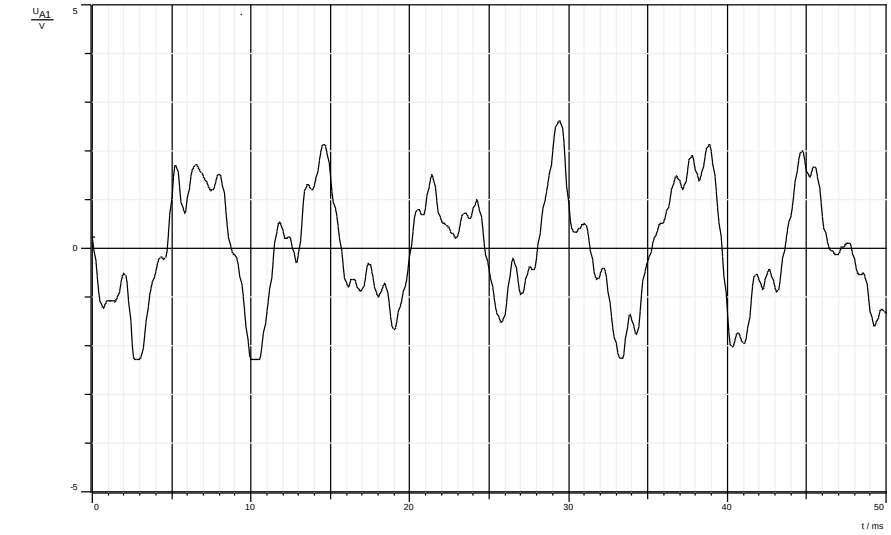


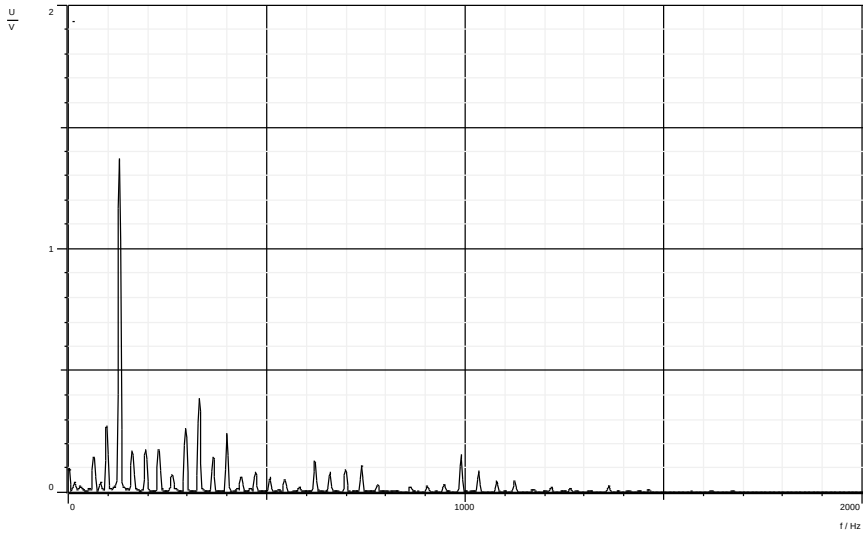
Zur Auswahl der Messungen:

Hier befinden sich wesentlich mehr Messungen, als in der Arbeit verwendet wurden. Aus diesen Messungen wurde dann die „Beste“ ausgewählt. Alle Messungen wurden selbstständig mit oben angegebenen Instrumenten durchgeführt.

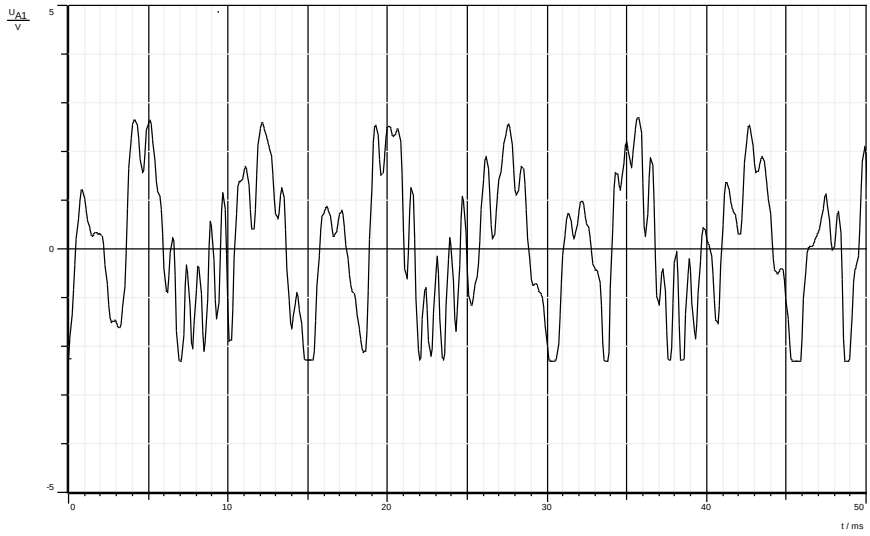
5.1 Grotian Steinweg Flügel

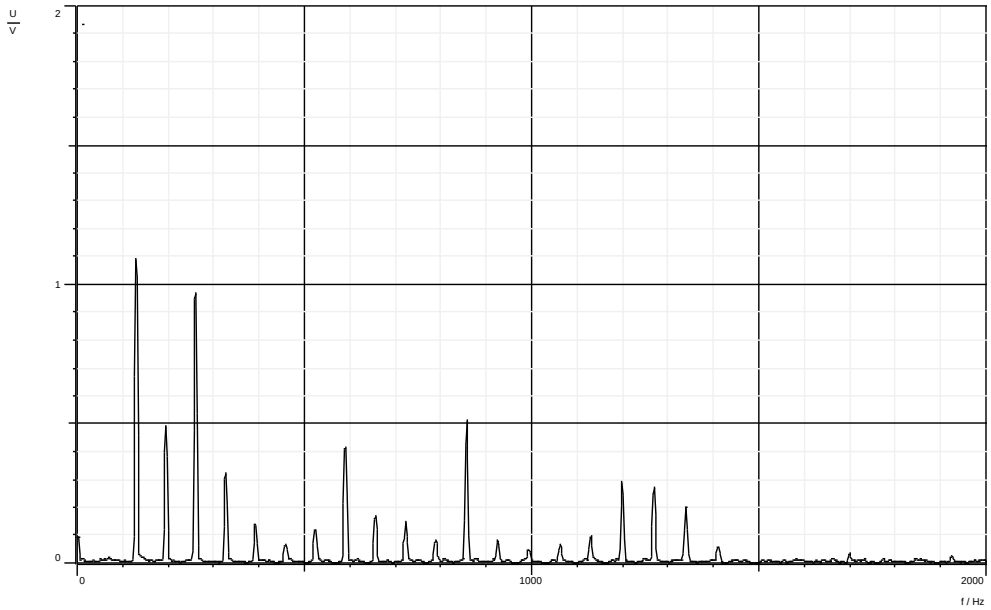
C1



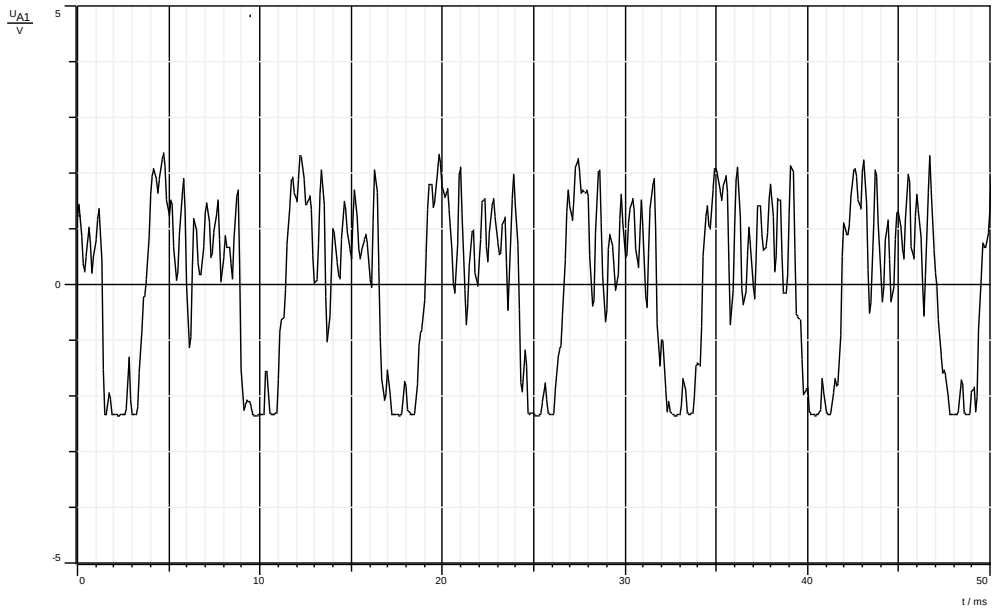


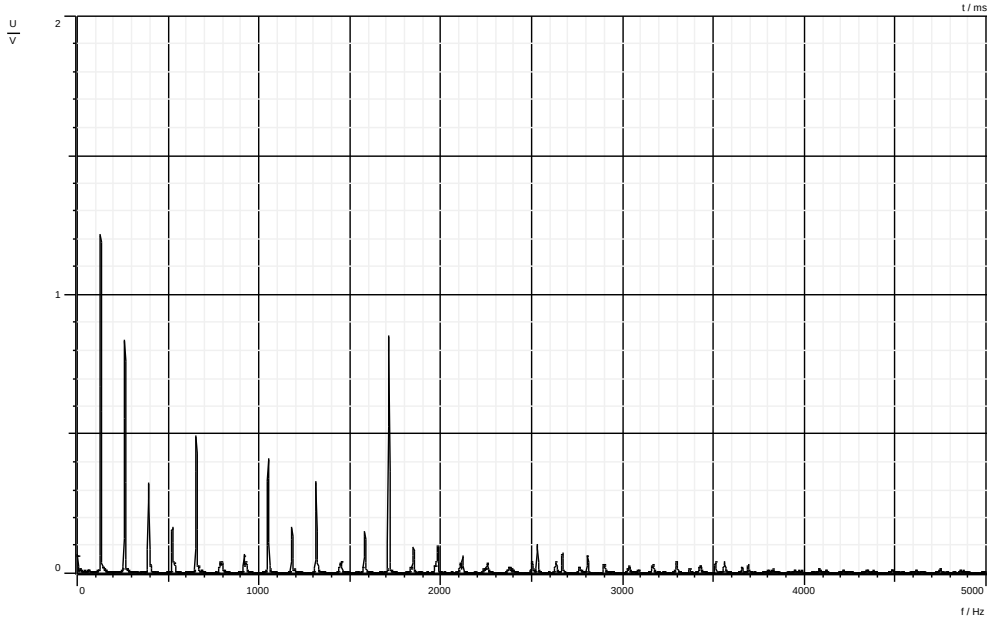
C2



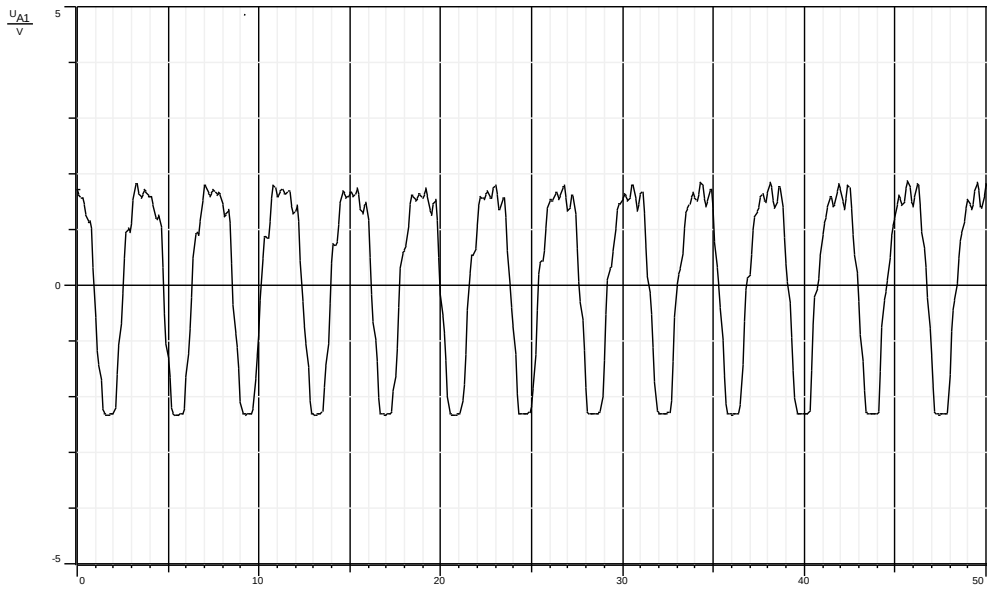

U / V
2
1
0
0
1000
2000
f / Hz

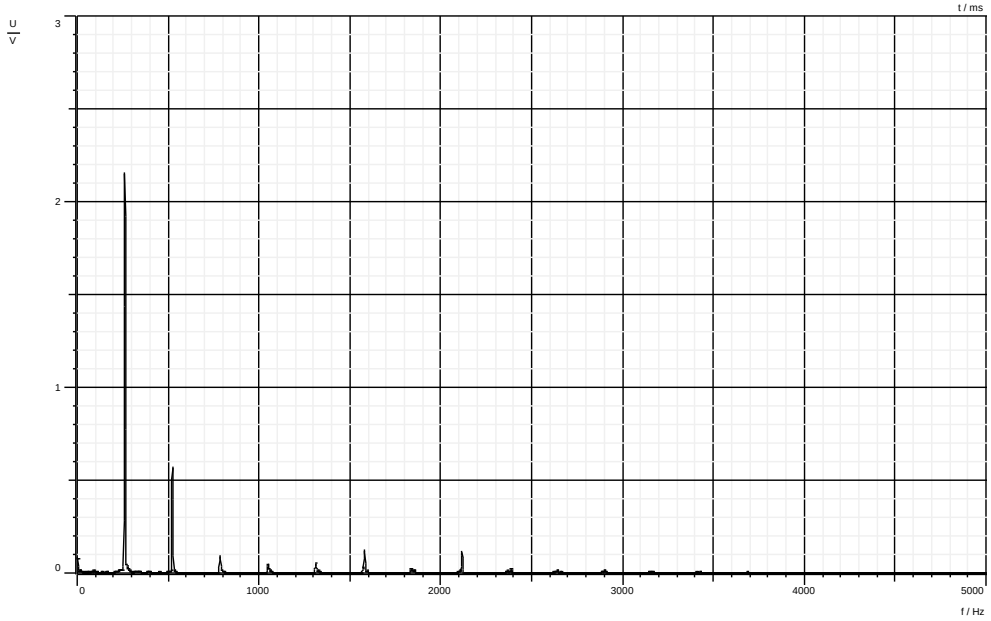
C3


U_A1 / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms

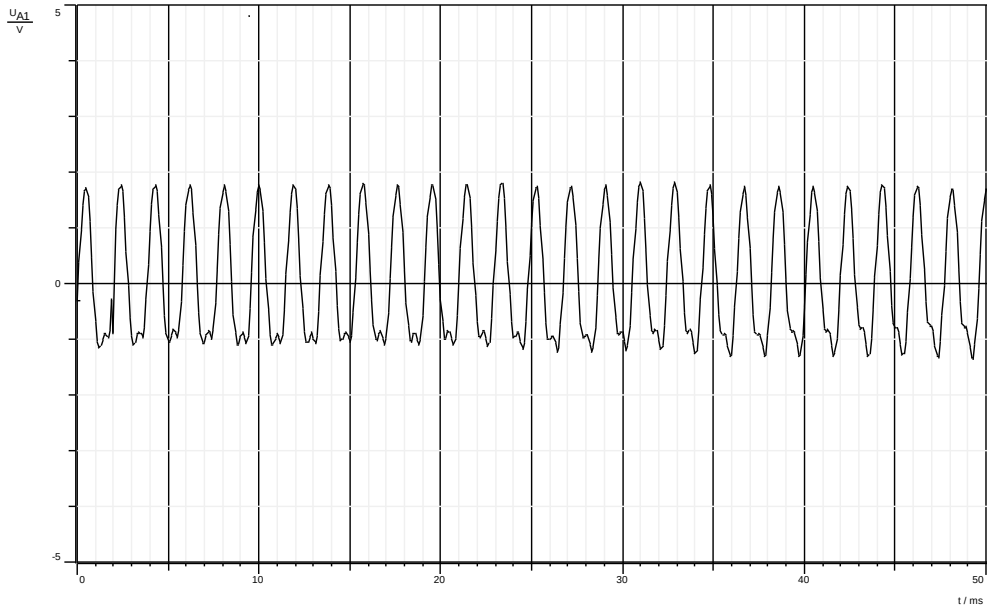

U / V
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

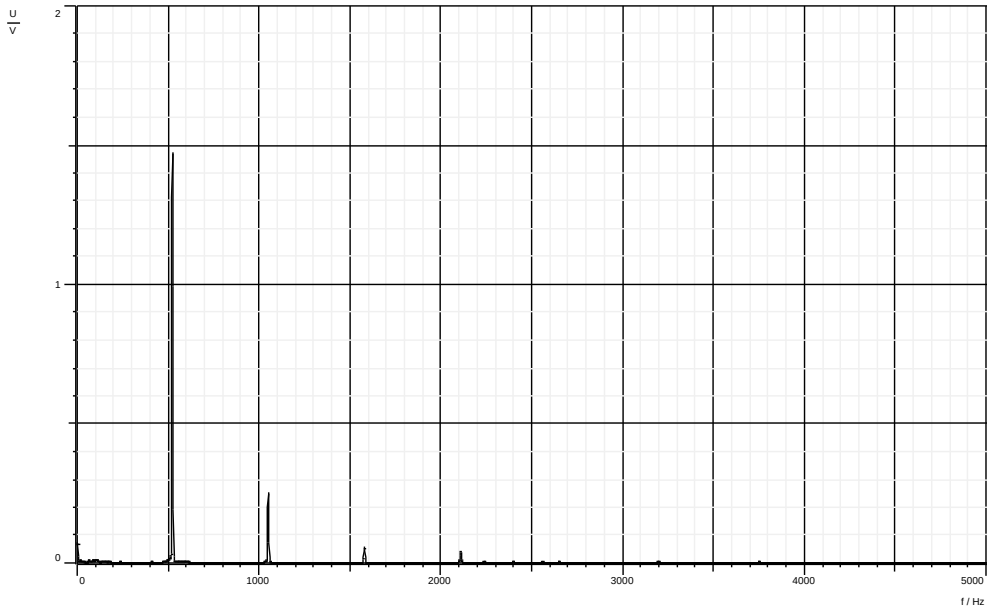
C4


U_{A1} / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms

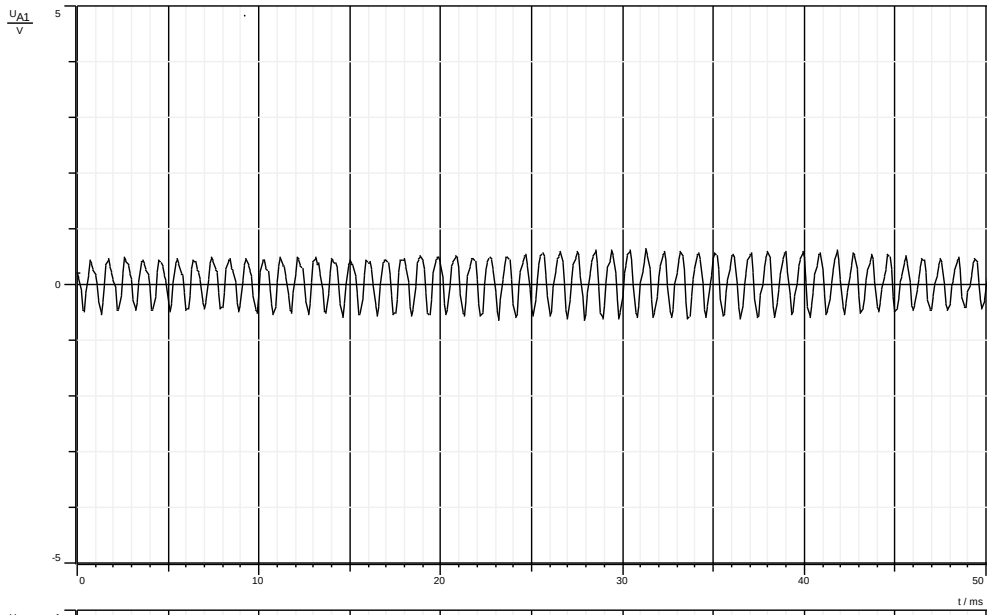

U / V
3
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

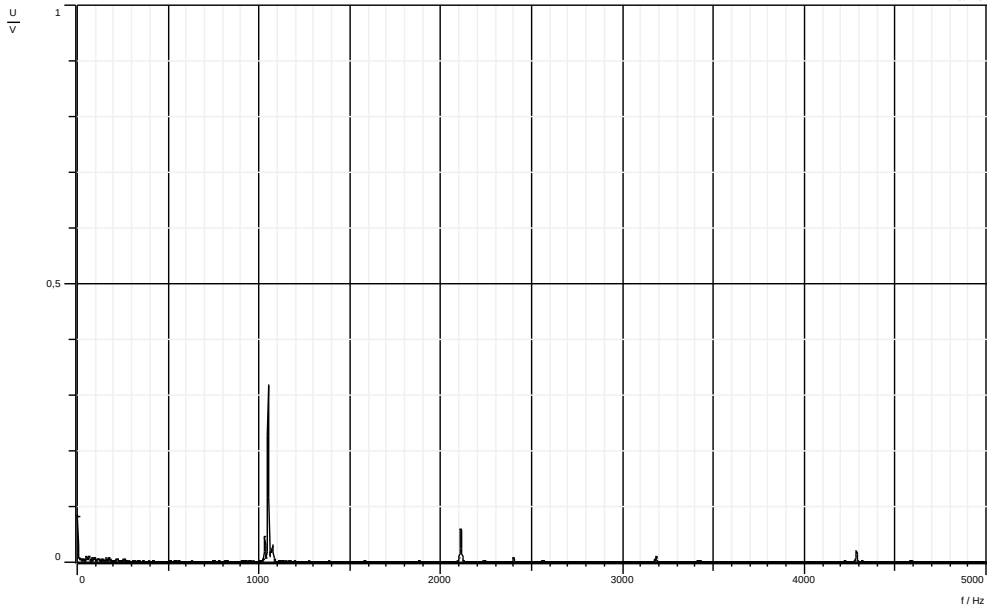
C5


U_{A1} / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms

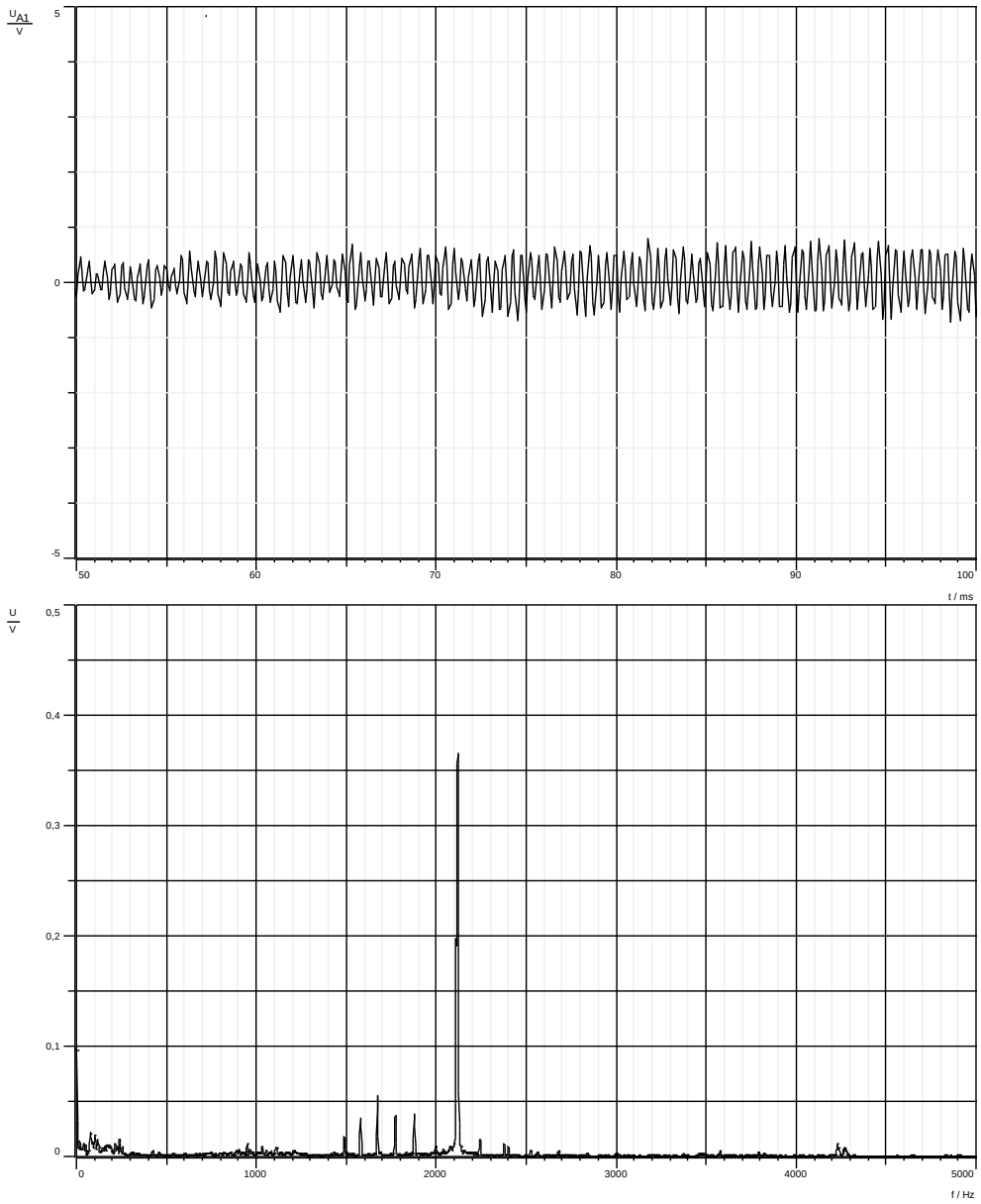

U / V
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

C6

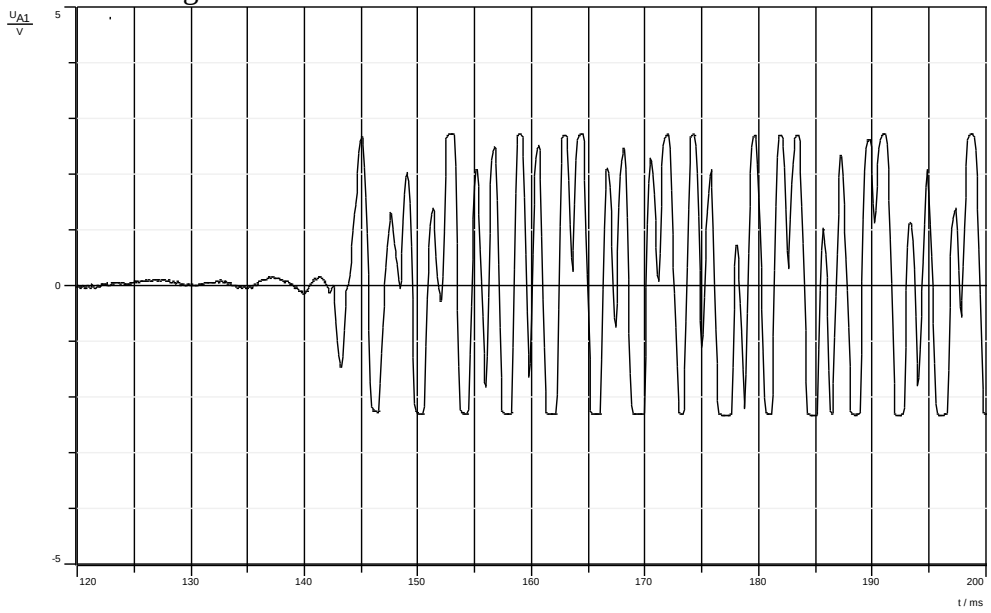

U_A1 / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms

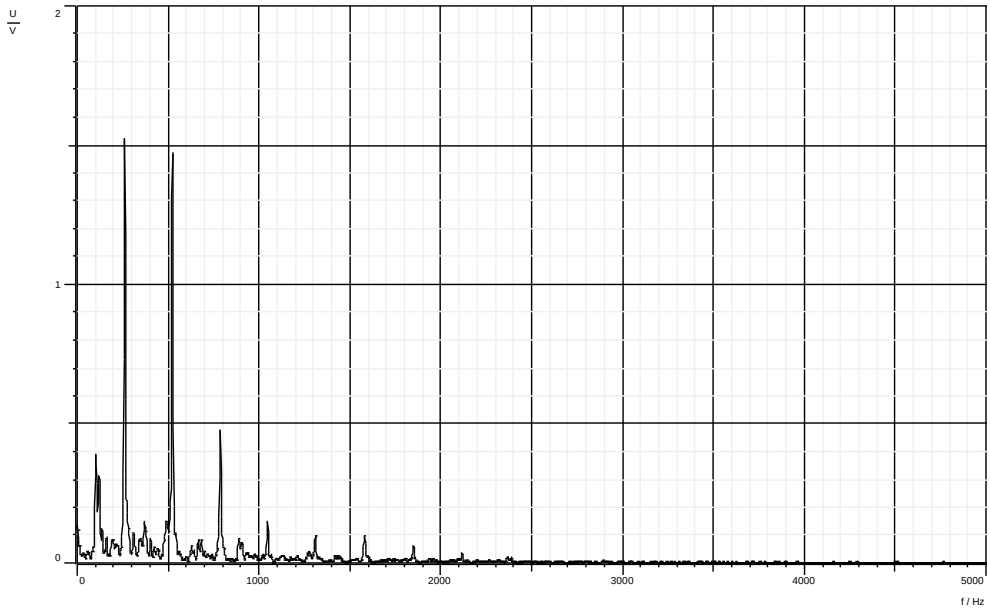

U / V
1
0,5
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

C7



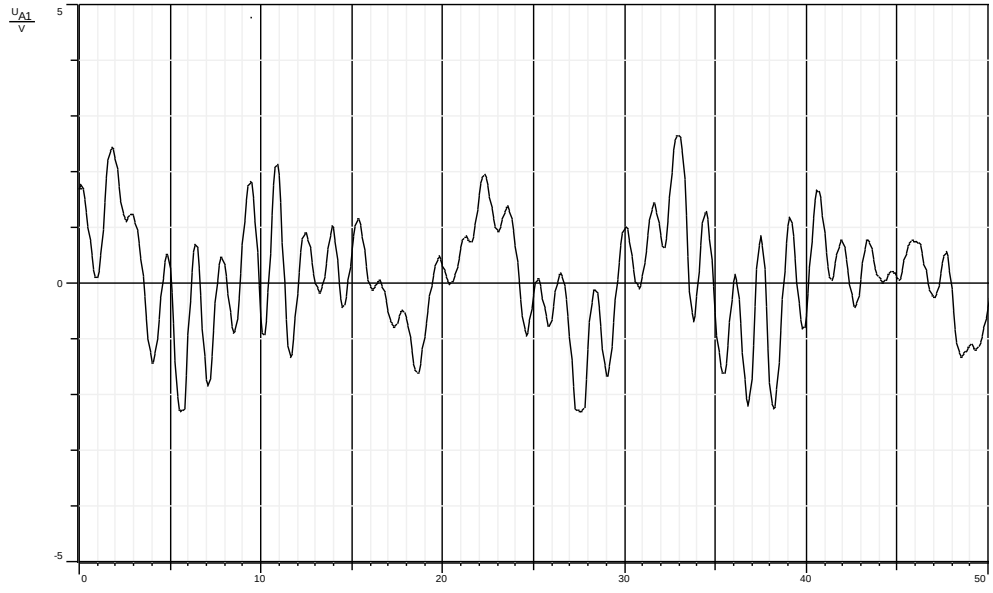
C4 Einschwingen

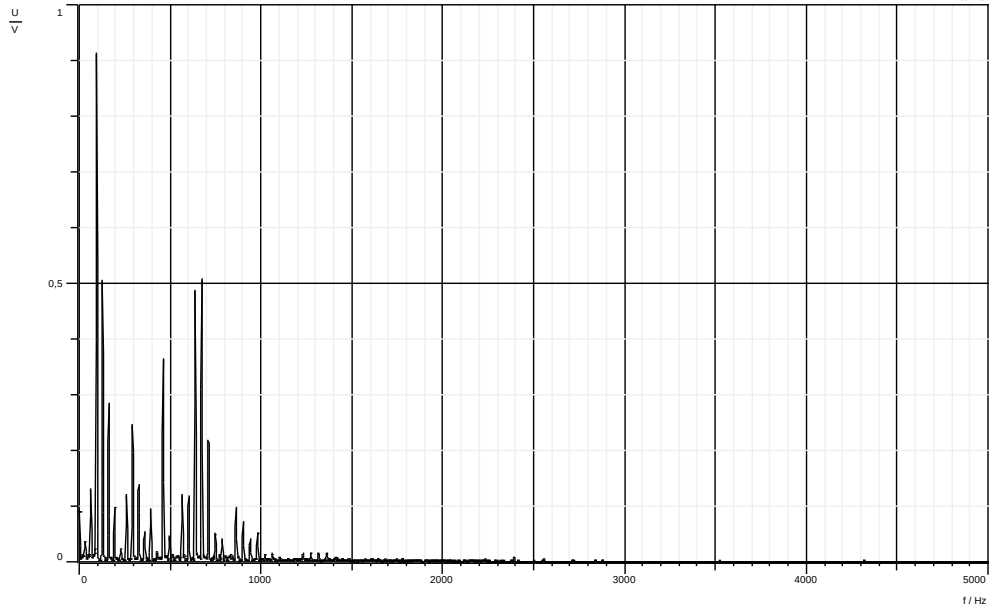



|U|
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

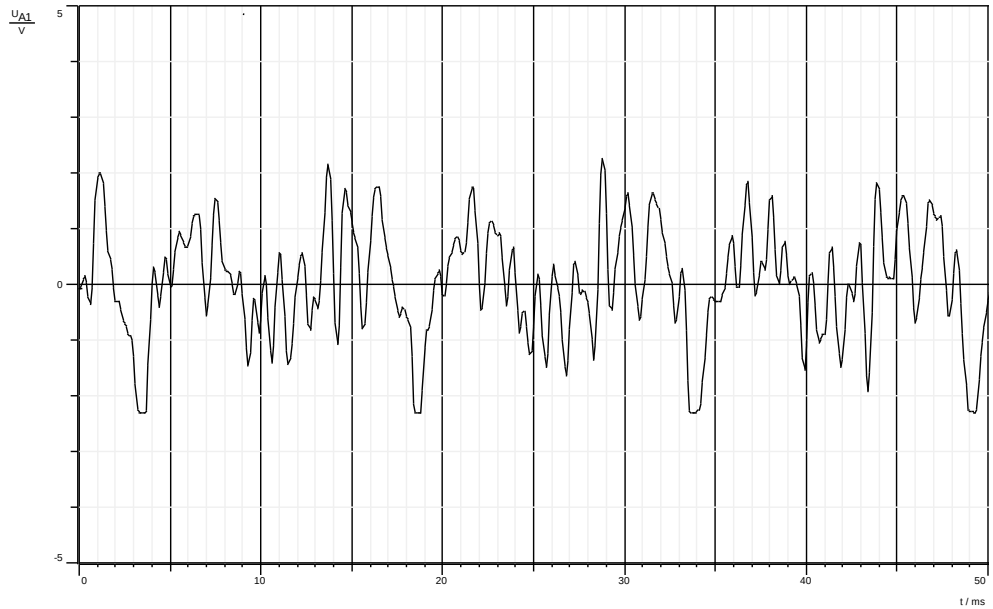
5.2 Thürmer Flügel

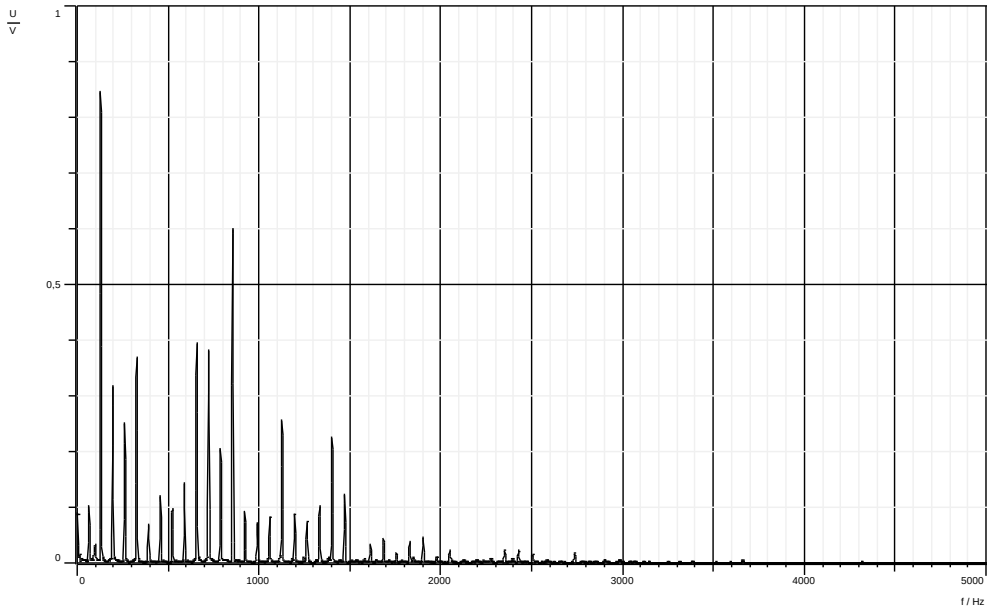
C1



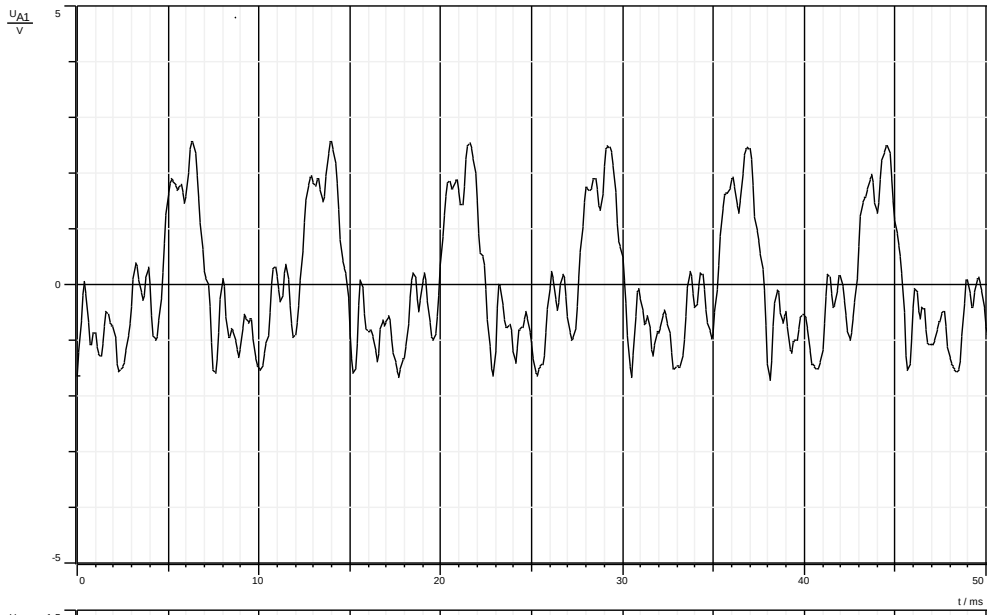


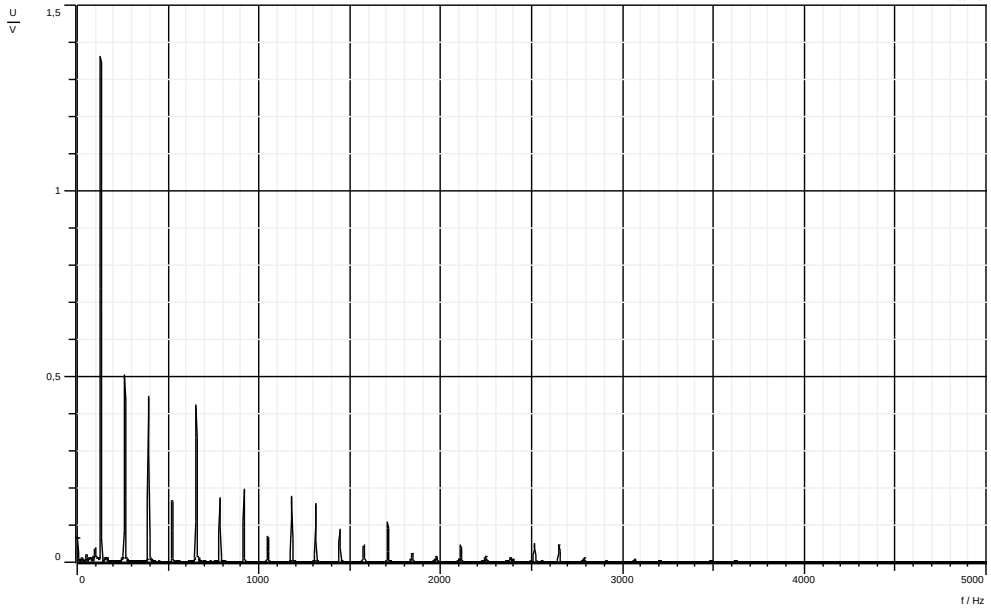
C2



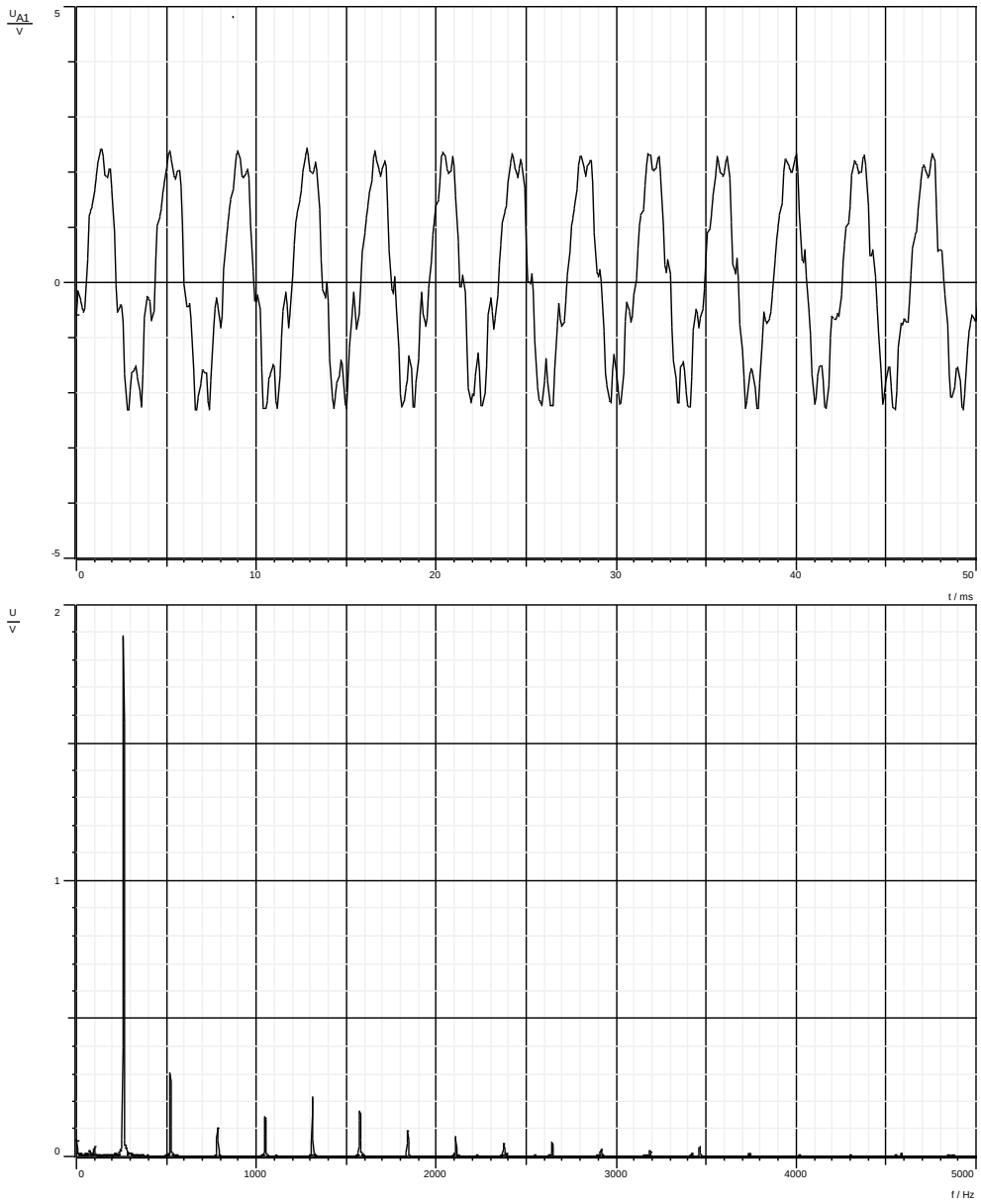

U / V
1
0,5
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

C3

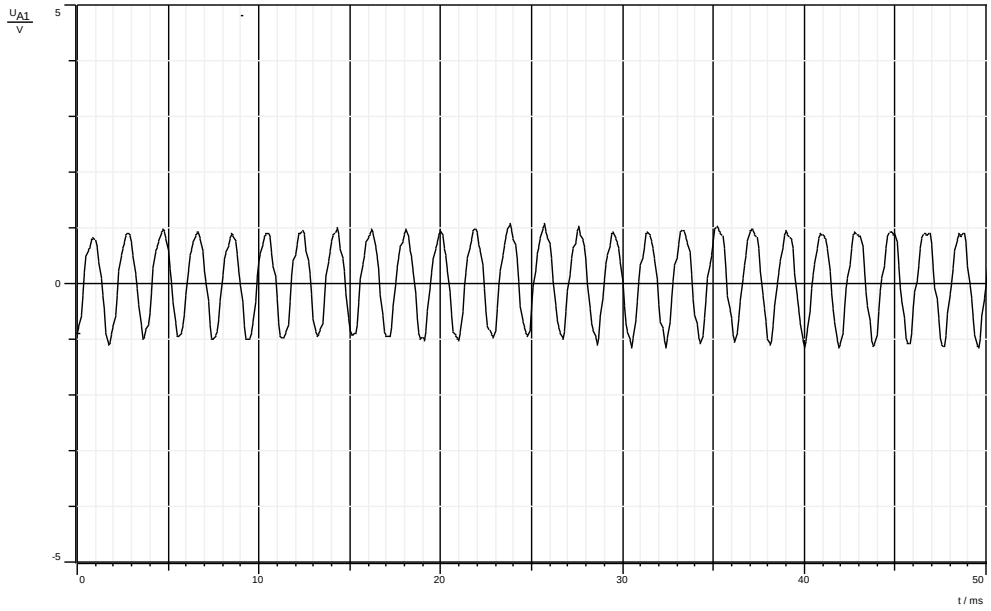

U_A1 / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms

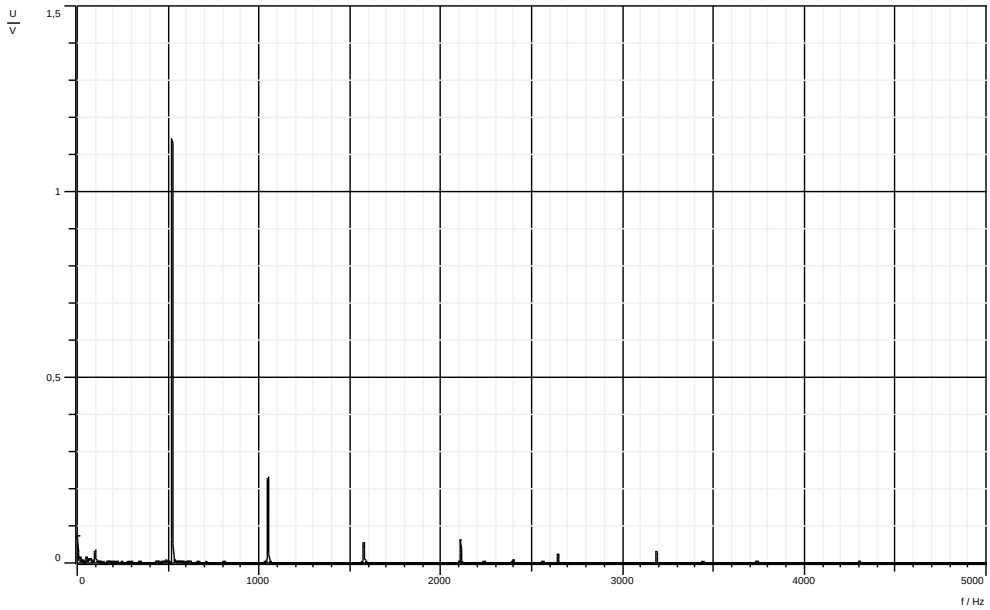

U / V
1,5
1
0,5
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

C4

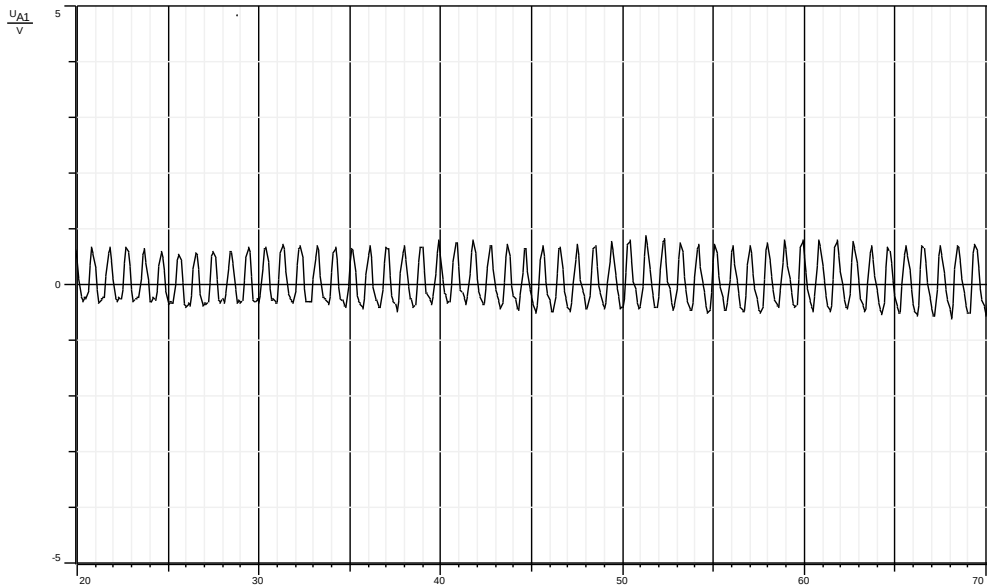

U_A1 / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms
U / V
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

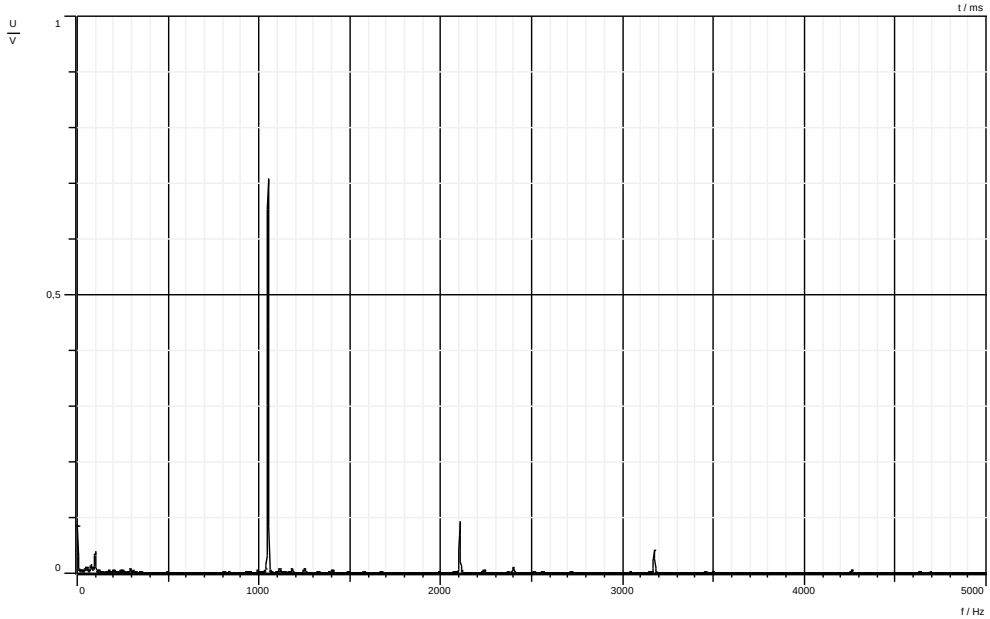
C5


U_A1 / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms

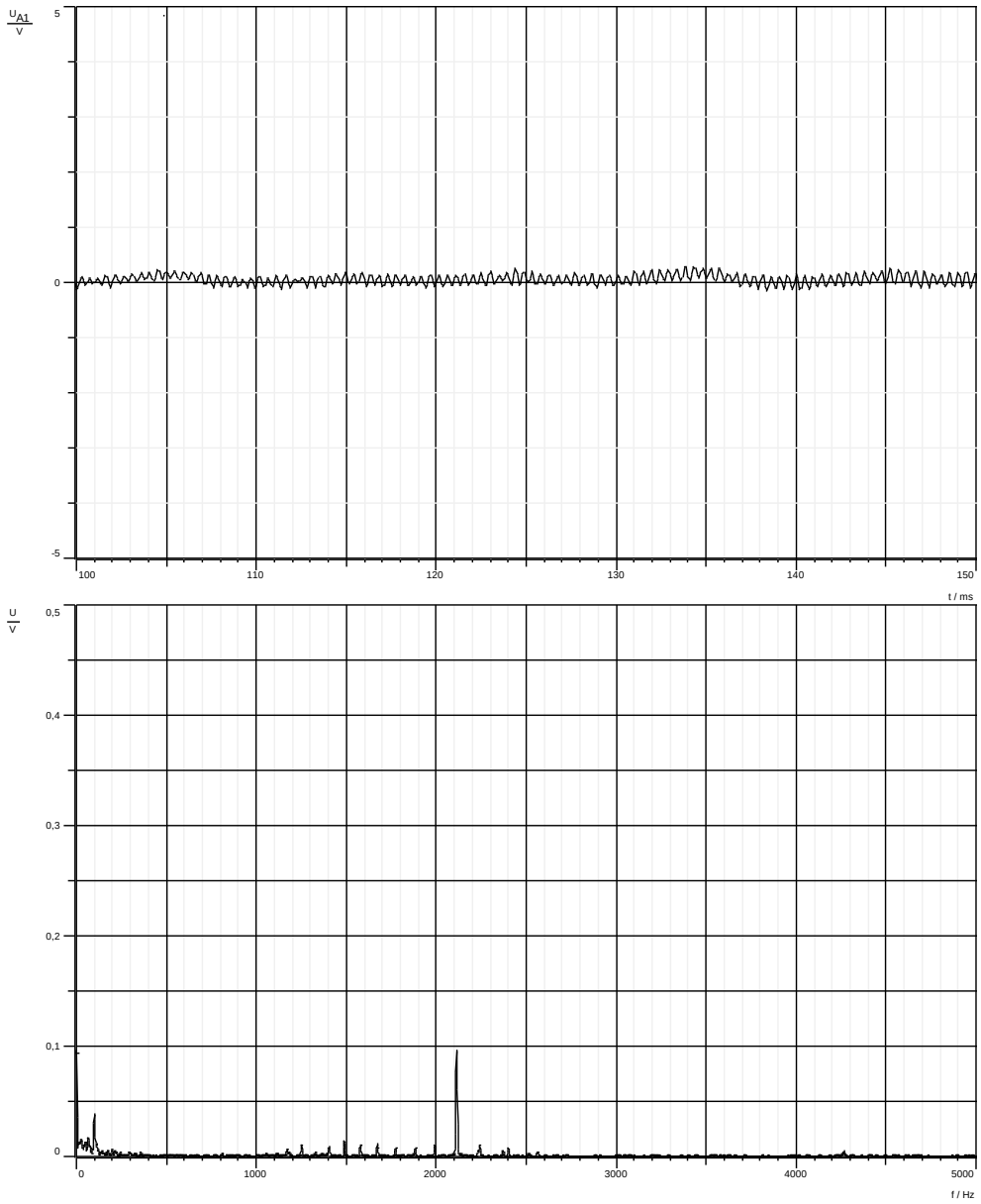

U / V
1,5
1
0,5
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

C6

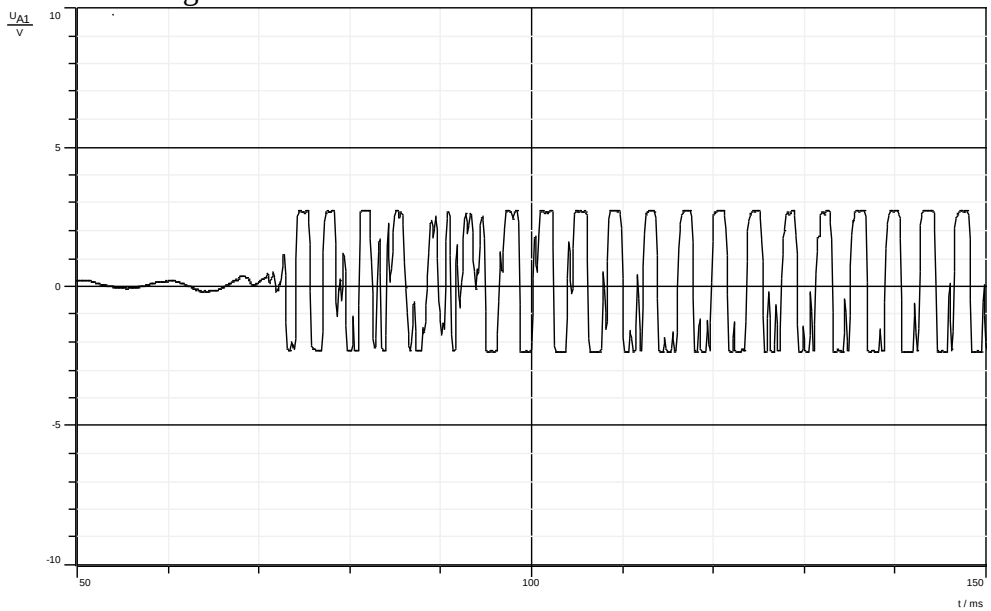

U_A1 / V
5
0
-5
20
30
40
50
60
70
t / ms

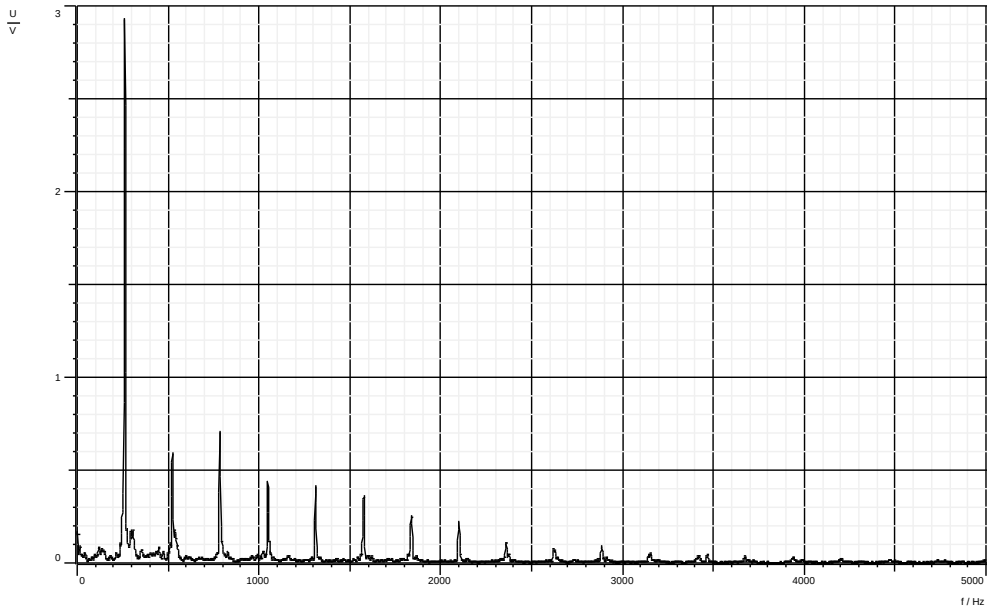

U / V
1
0,5
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

C7



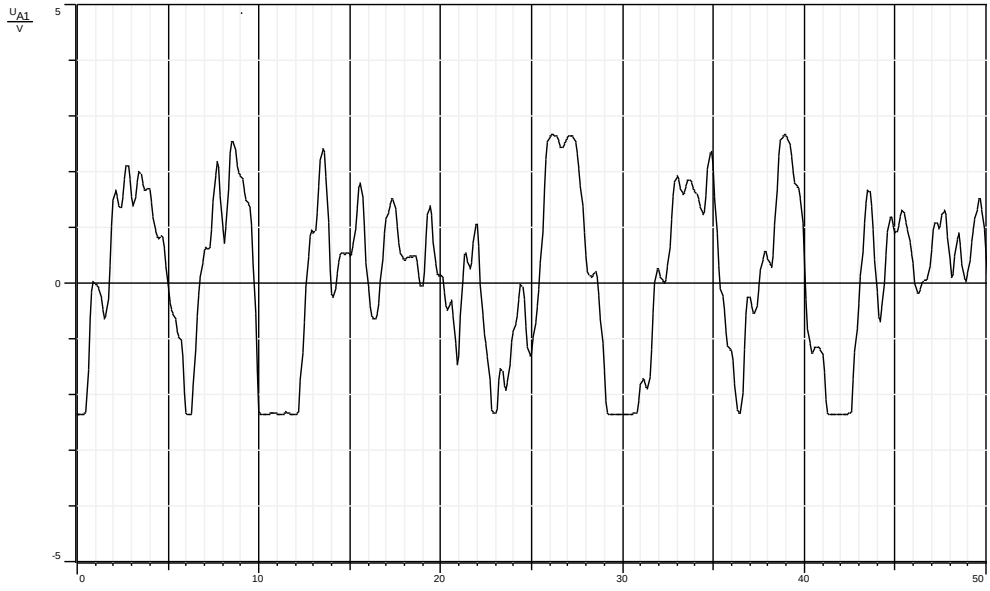
C4 Einschwingen

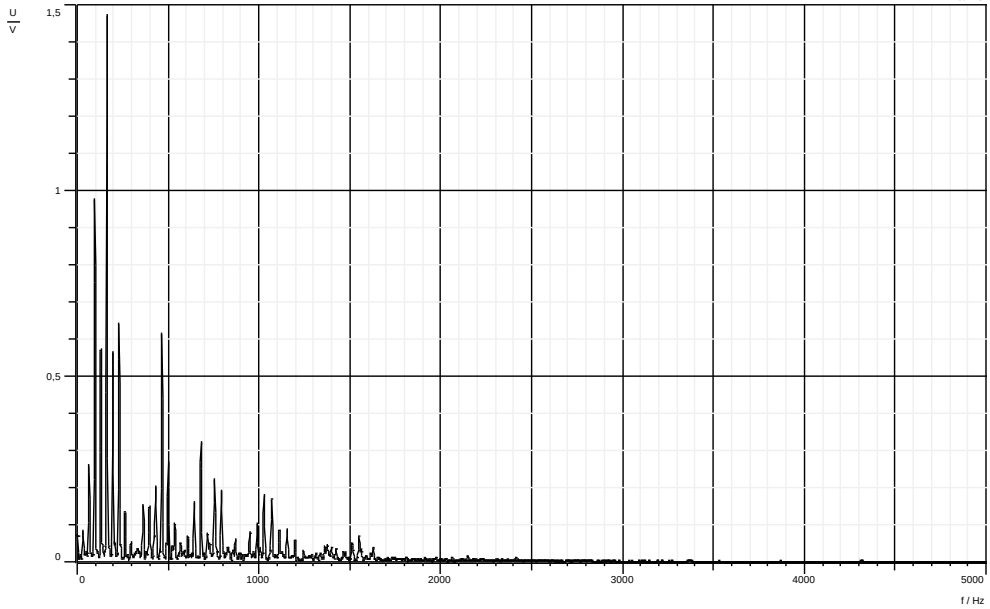



|U|
3
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

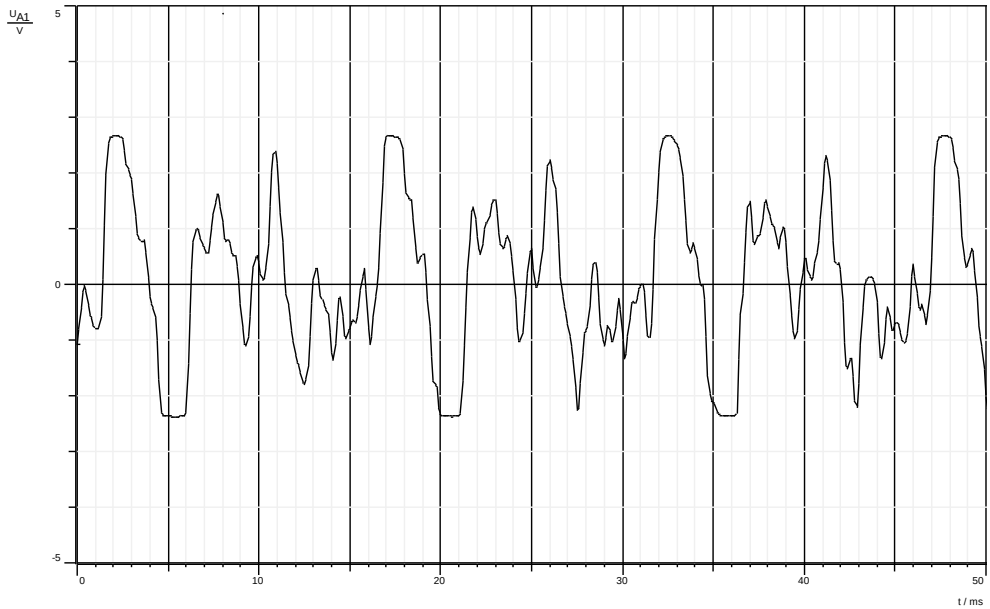
5.3 Steinway and Sons Flügel

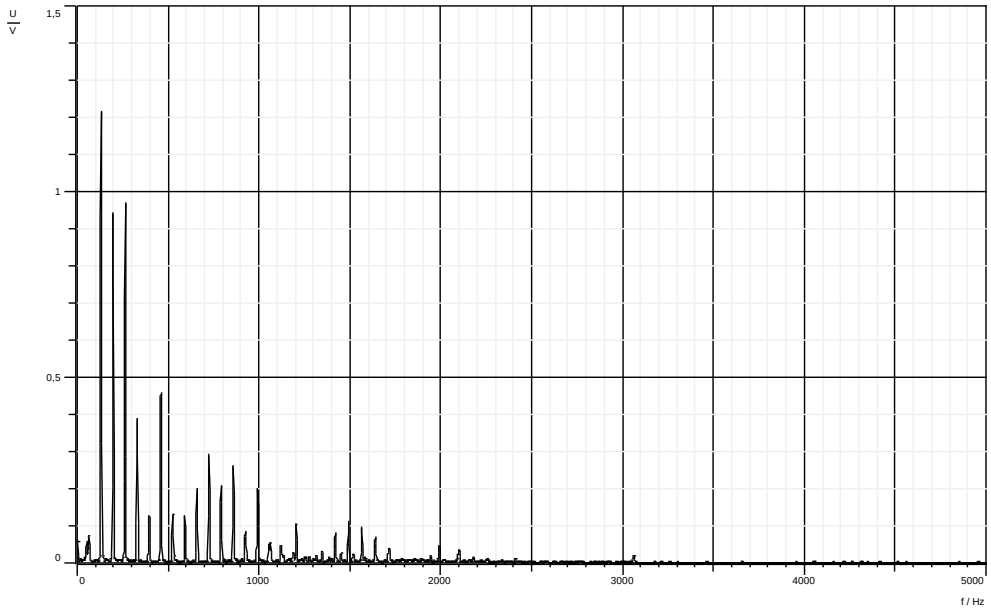
C1



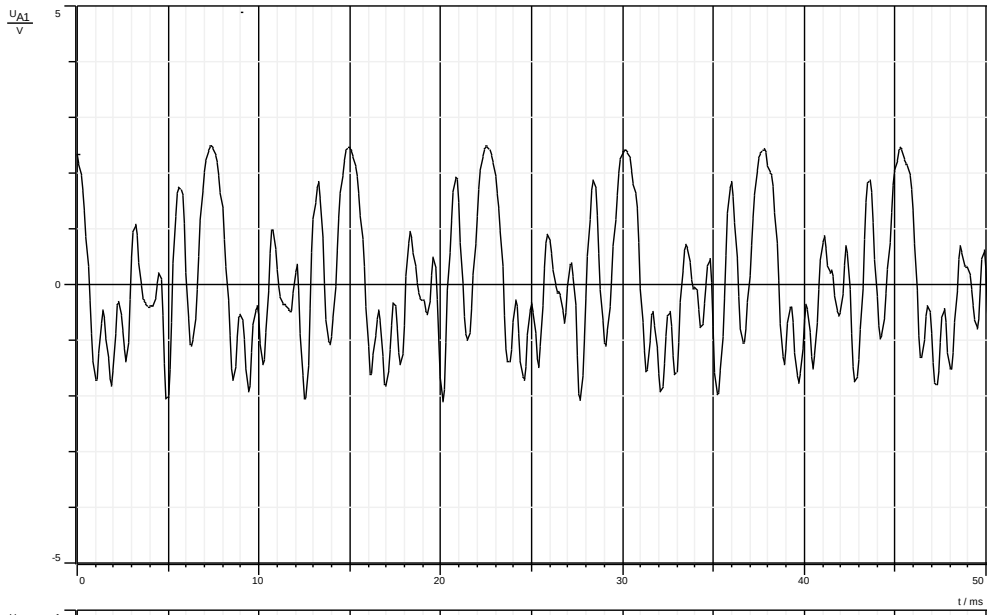


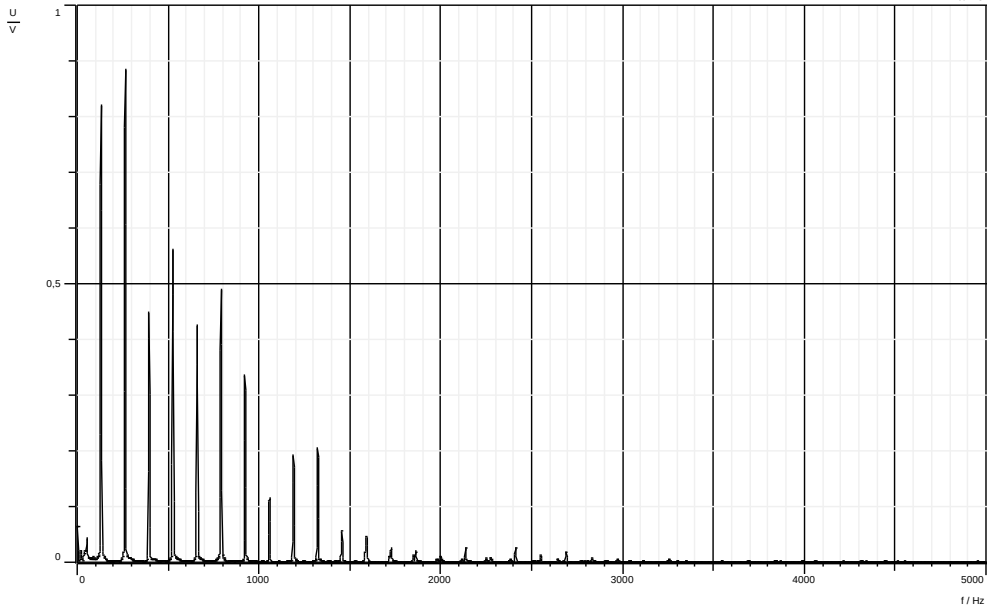
C2



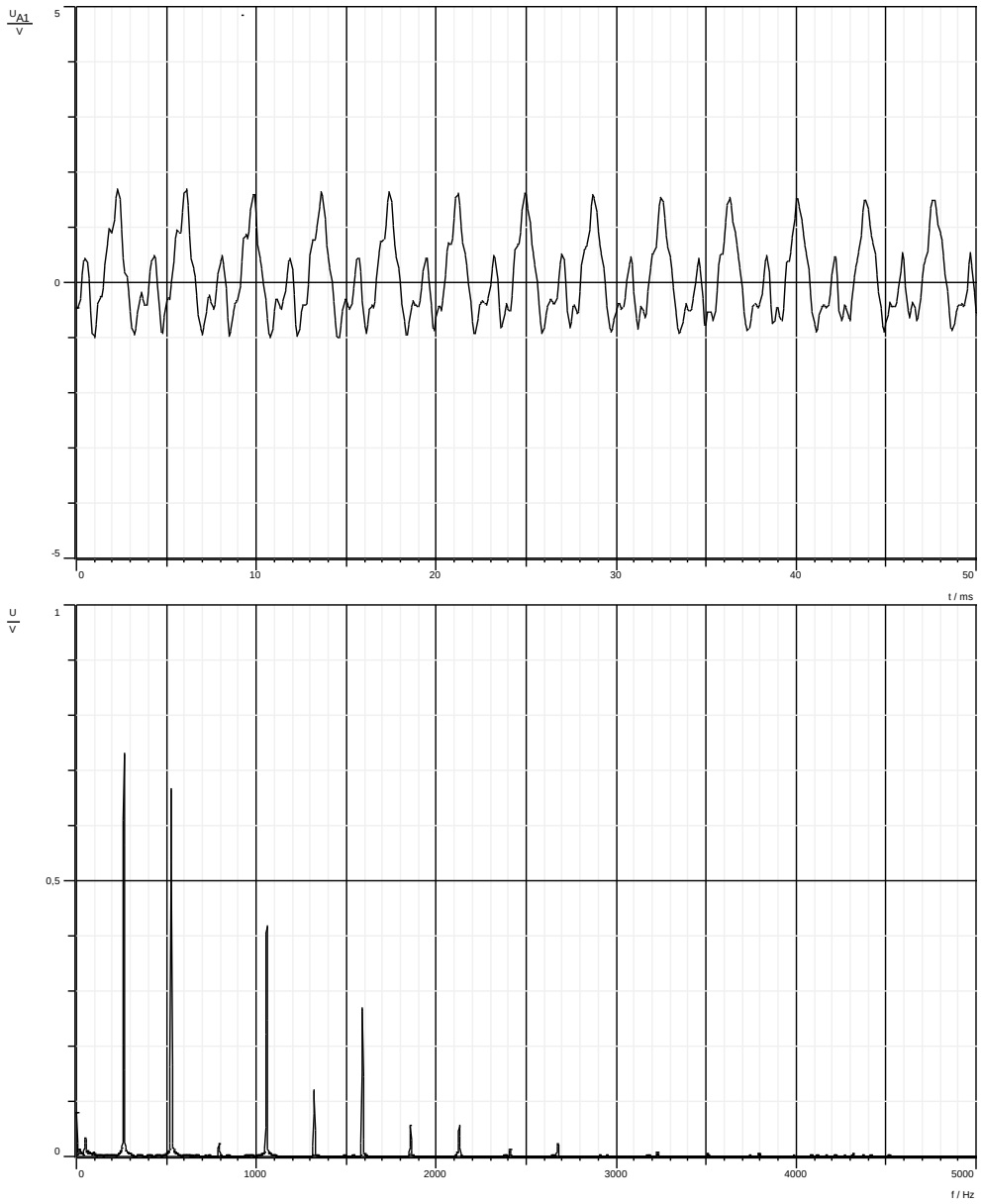

U / V
1,5
1
0,5
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

C3

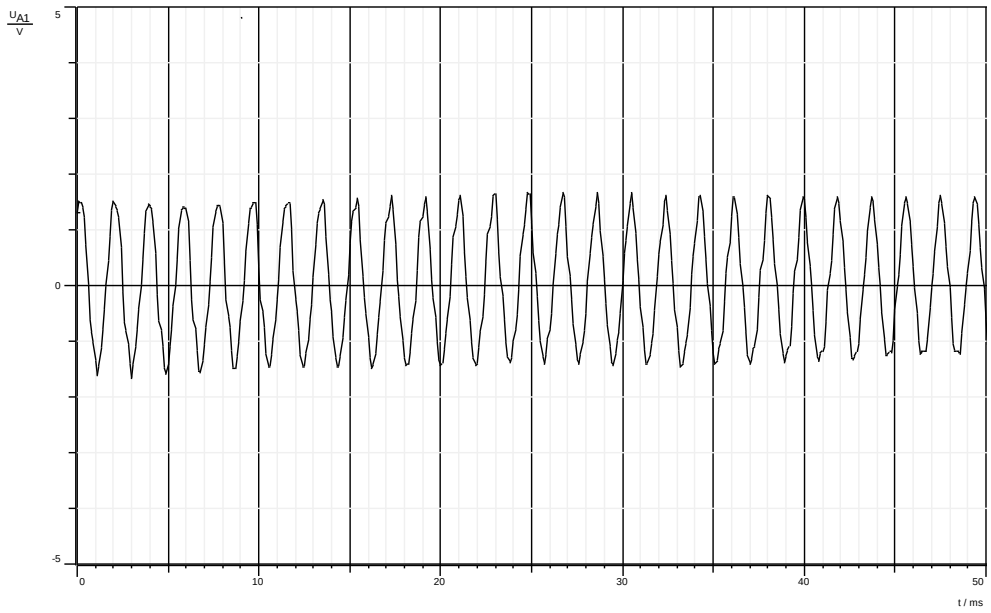

U_A1 / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms

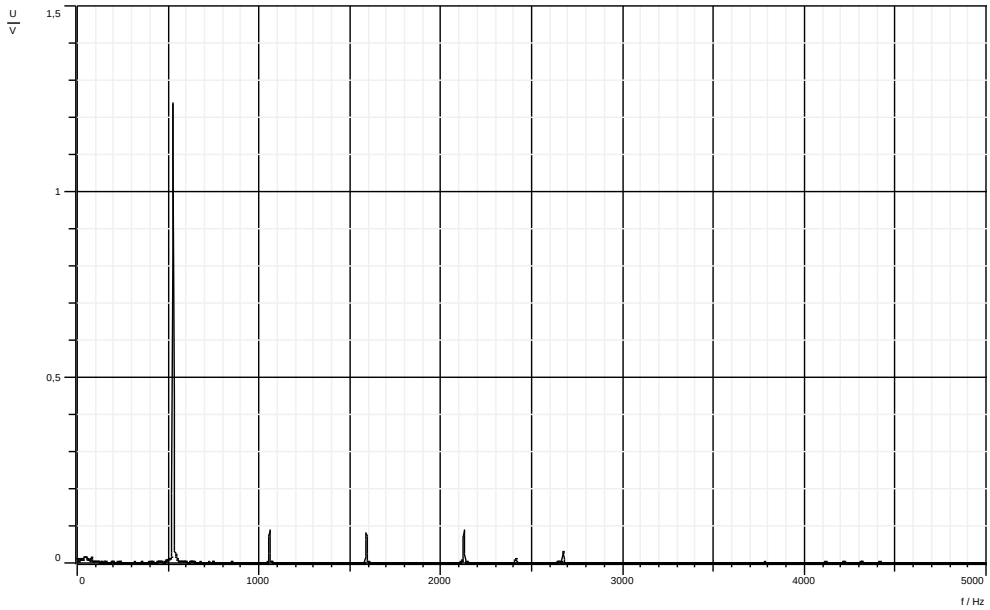

U / V
1
0,5
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

C4

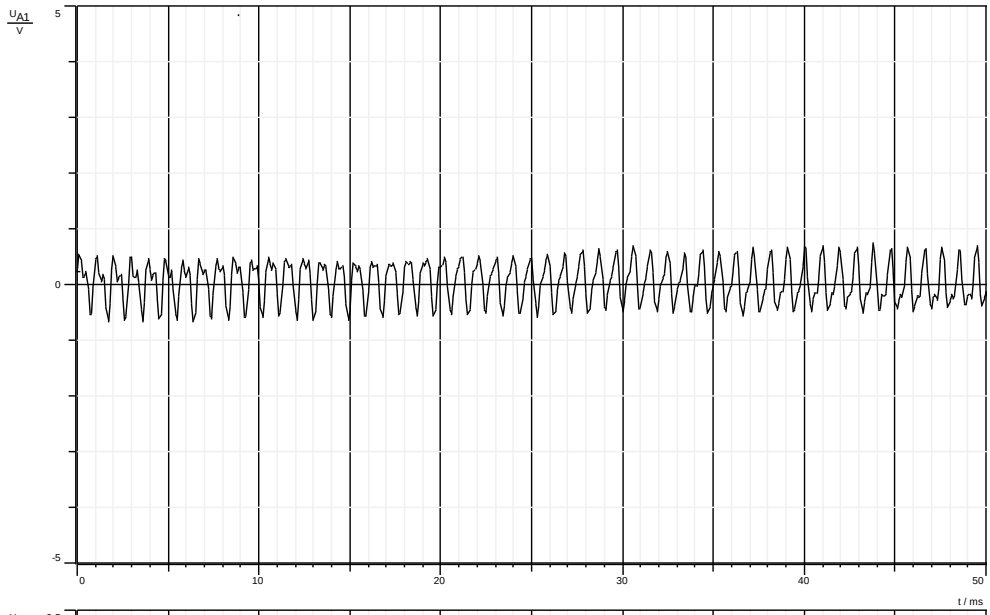

U_A1 / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms
U / V
1
0,5
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

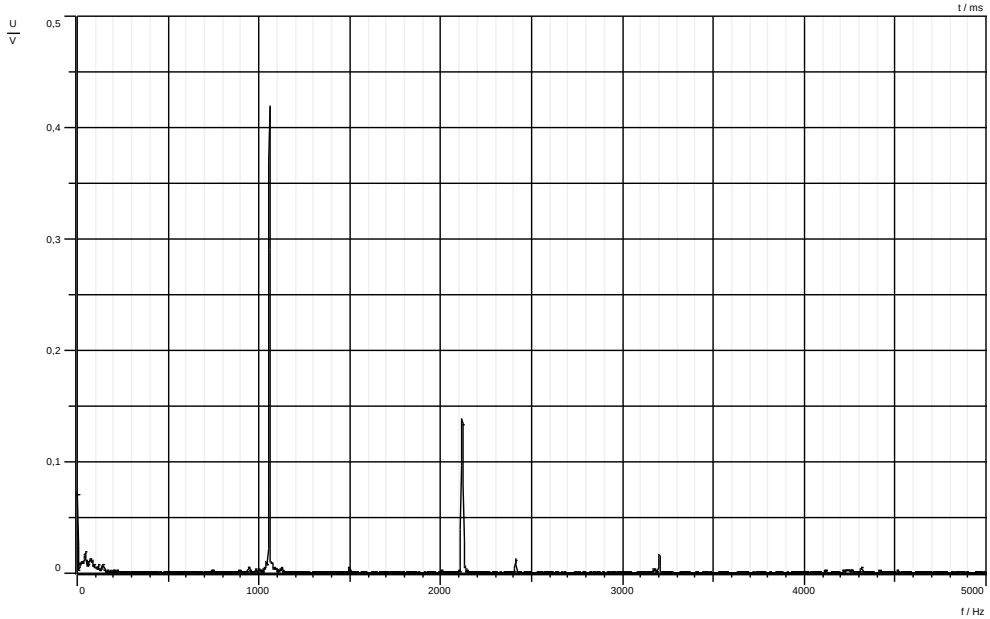
C5


U_A1 / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms

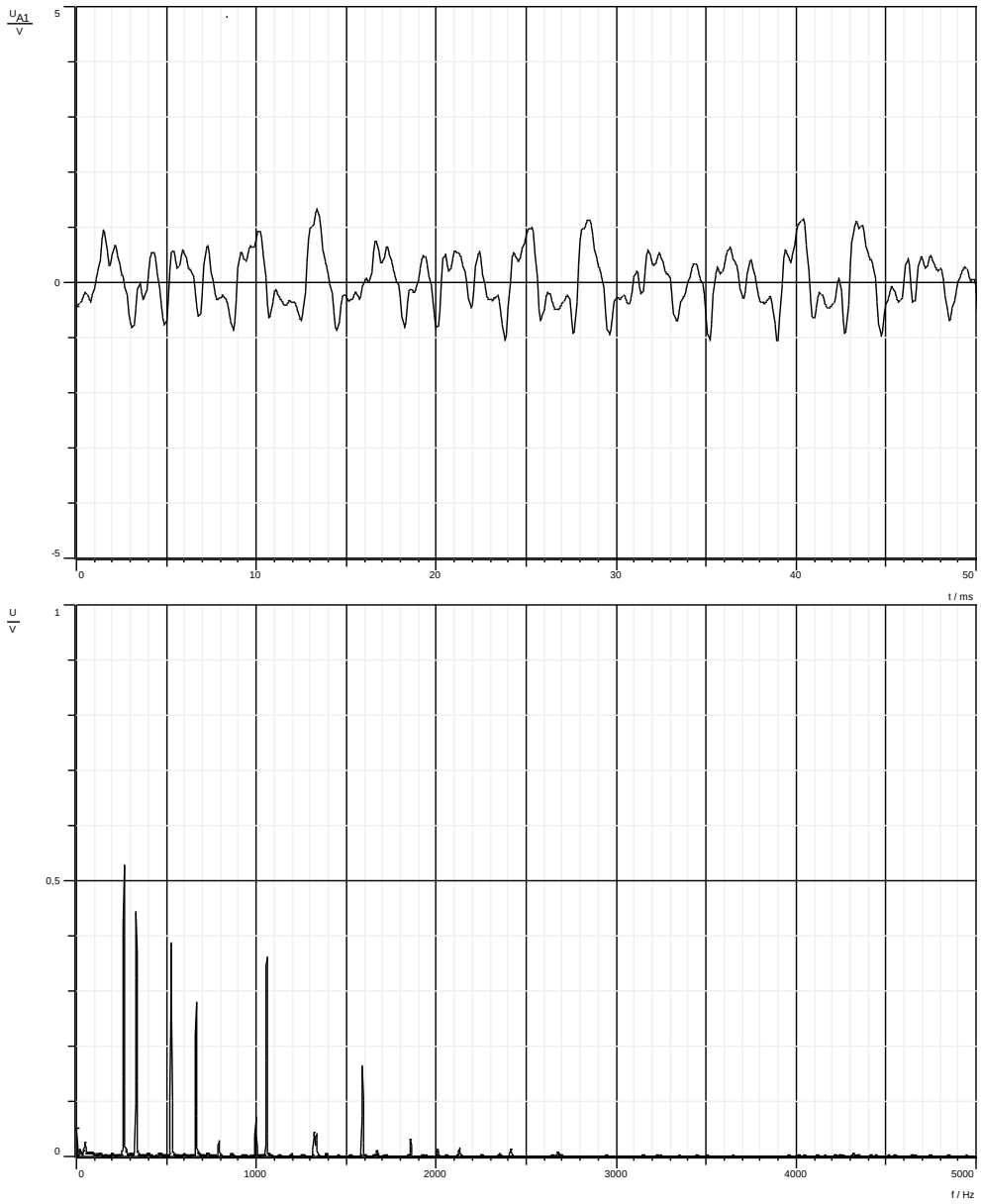

U / V
1,5
1
0,5
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

C6

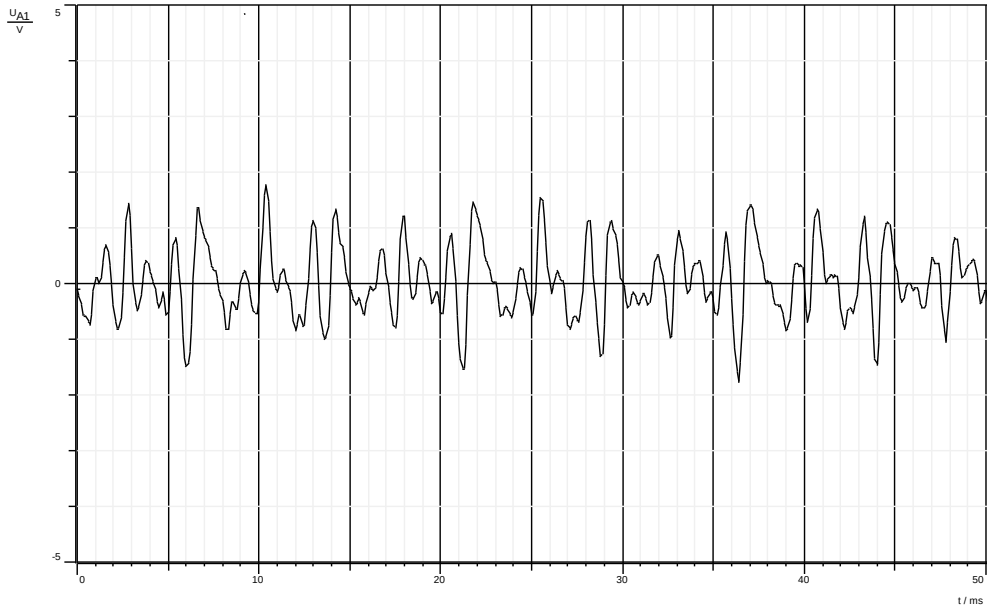

U_A1 / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms

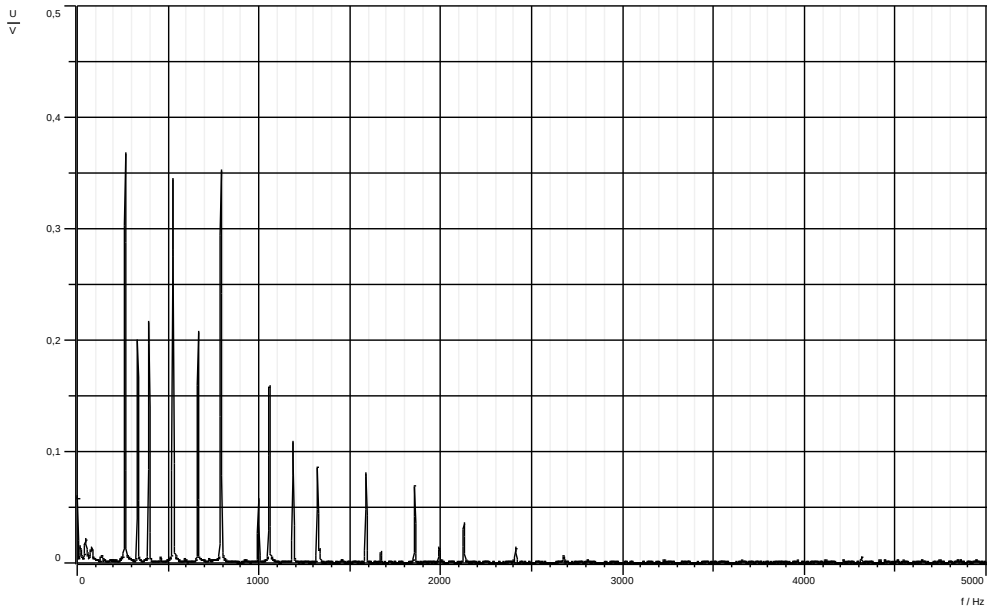

U / V
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

C4 und E4

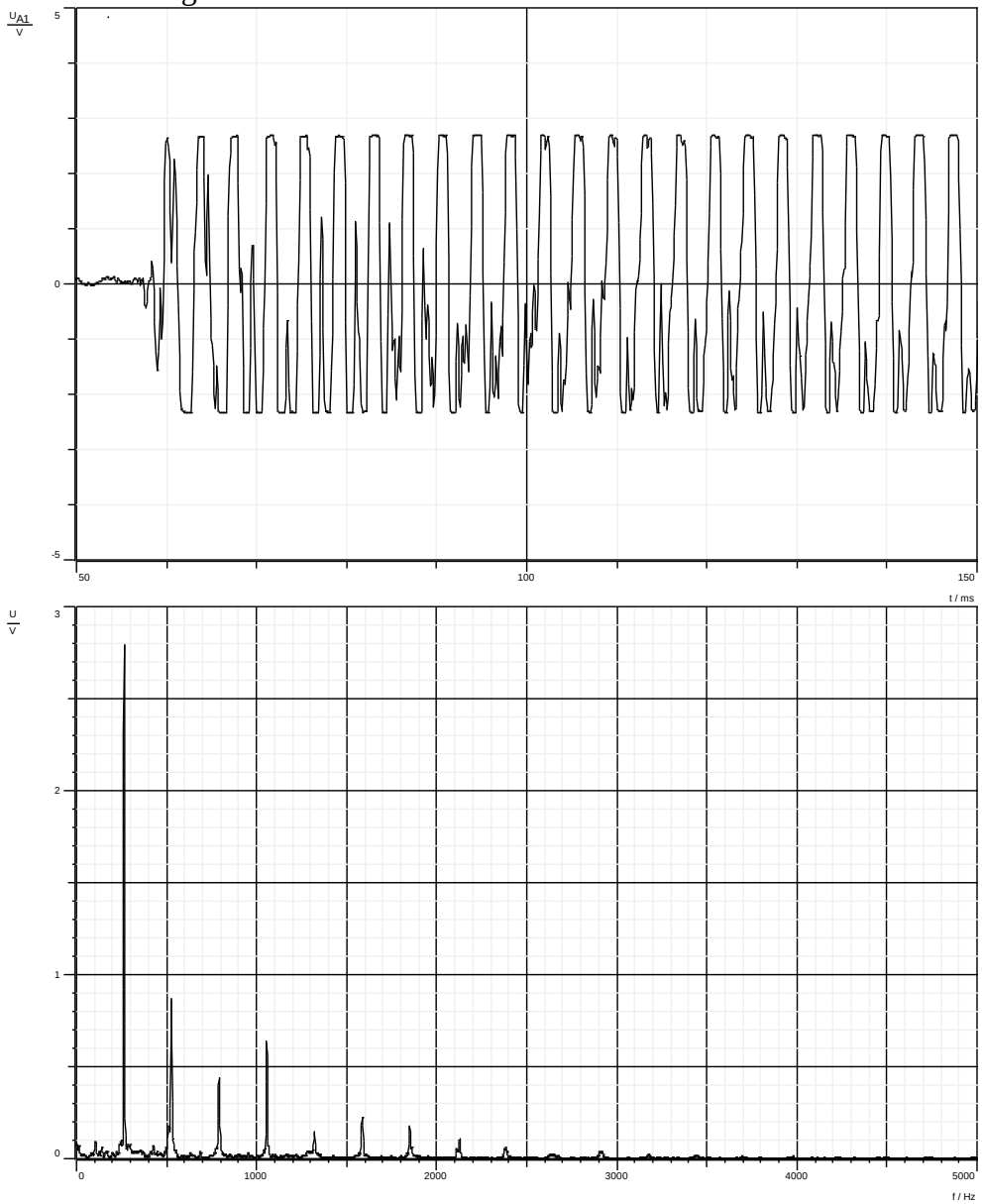


C4-Dur



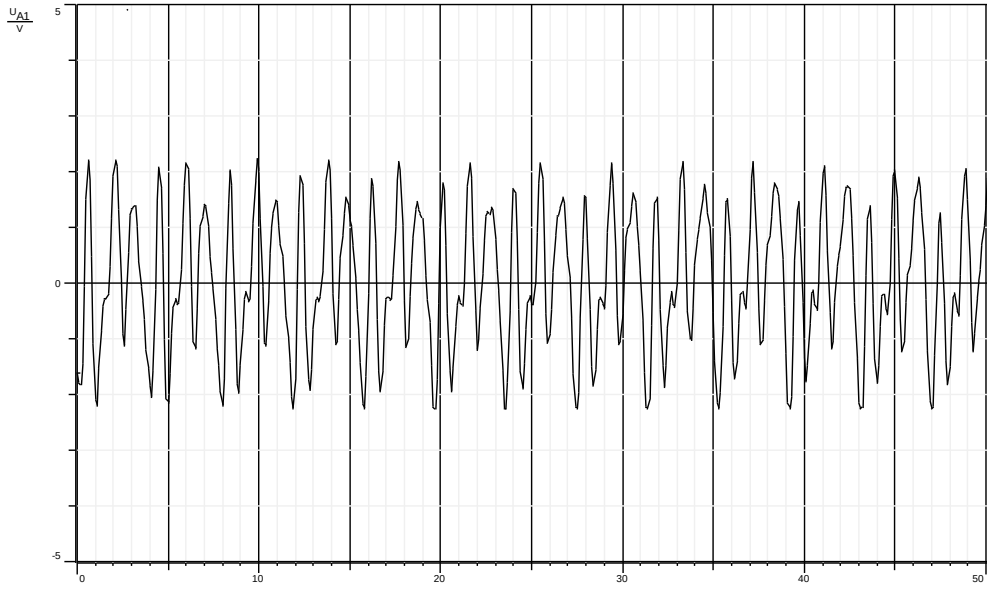


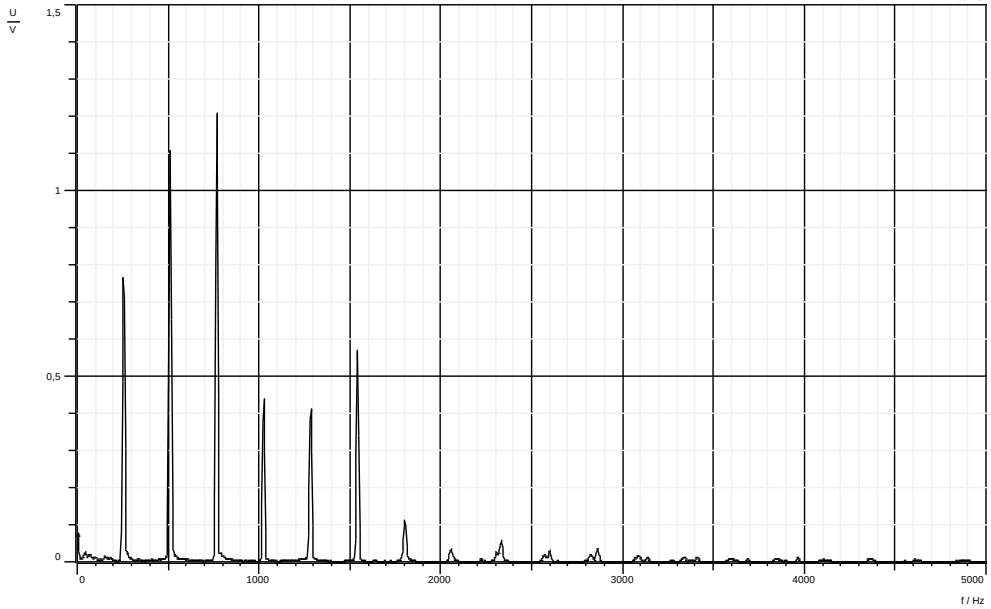
C4 Einschwingen



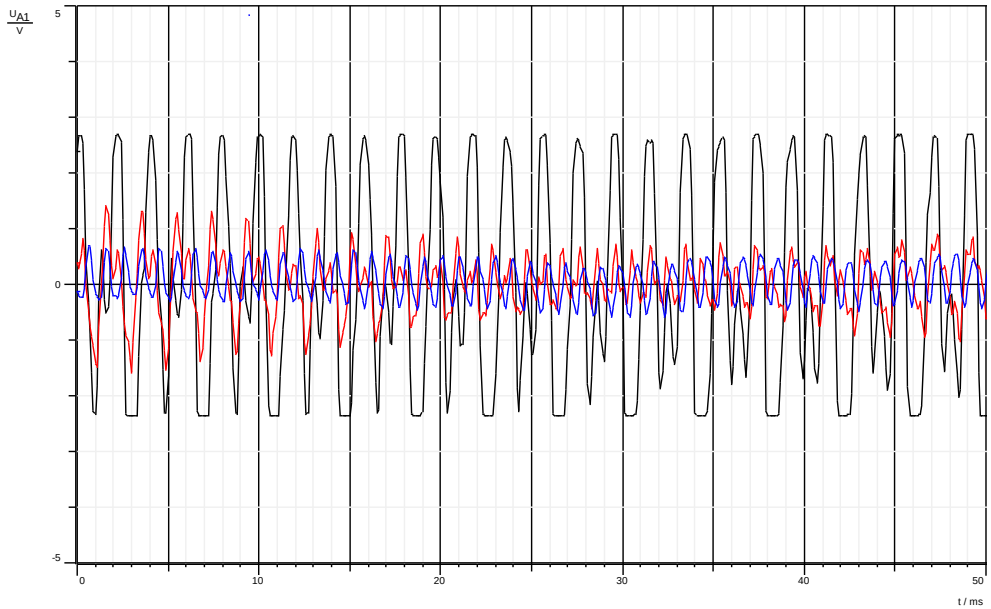
5.4 Zimmermann Klavier

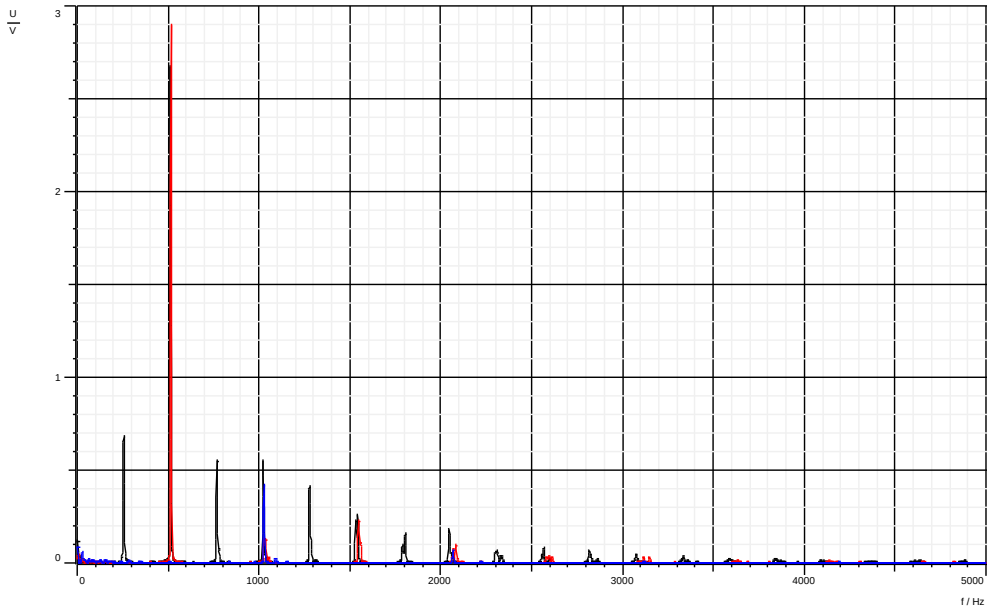
C4



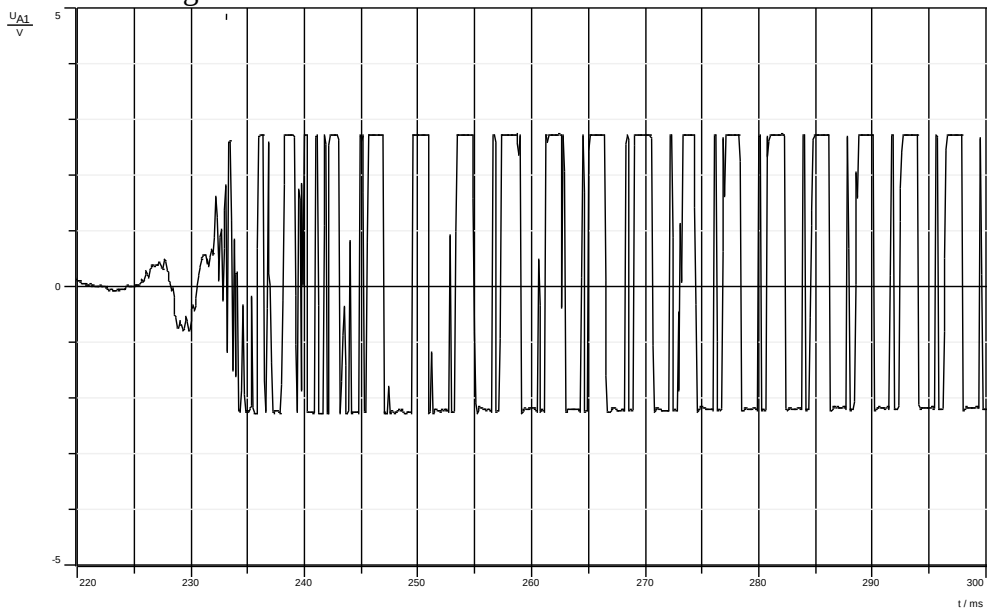


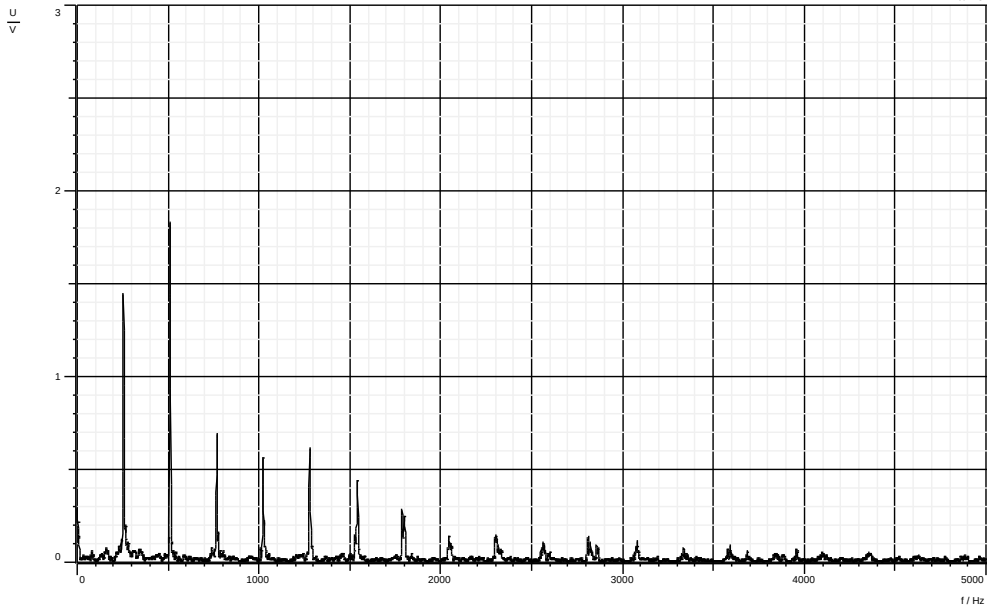
C4 C5 C6



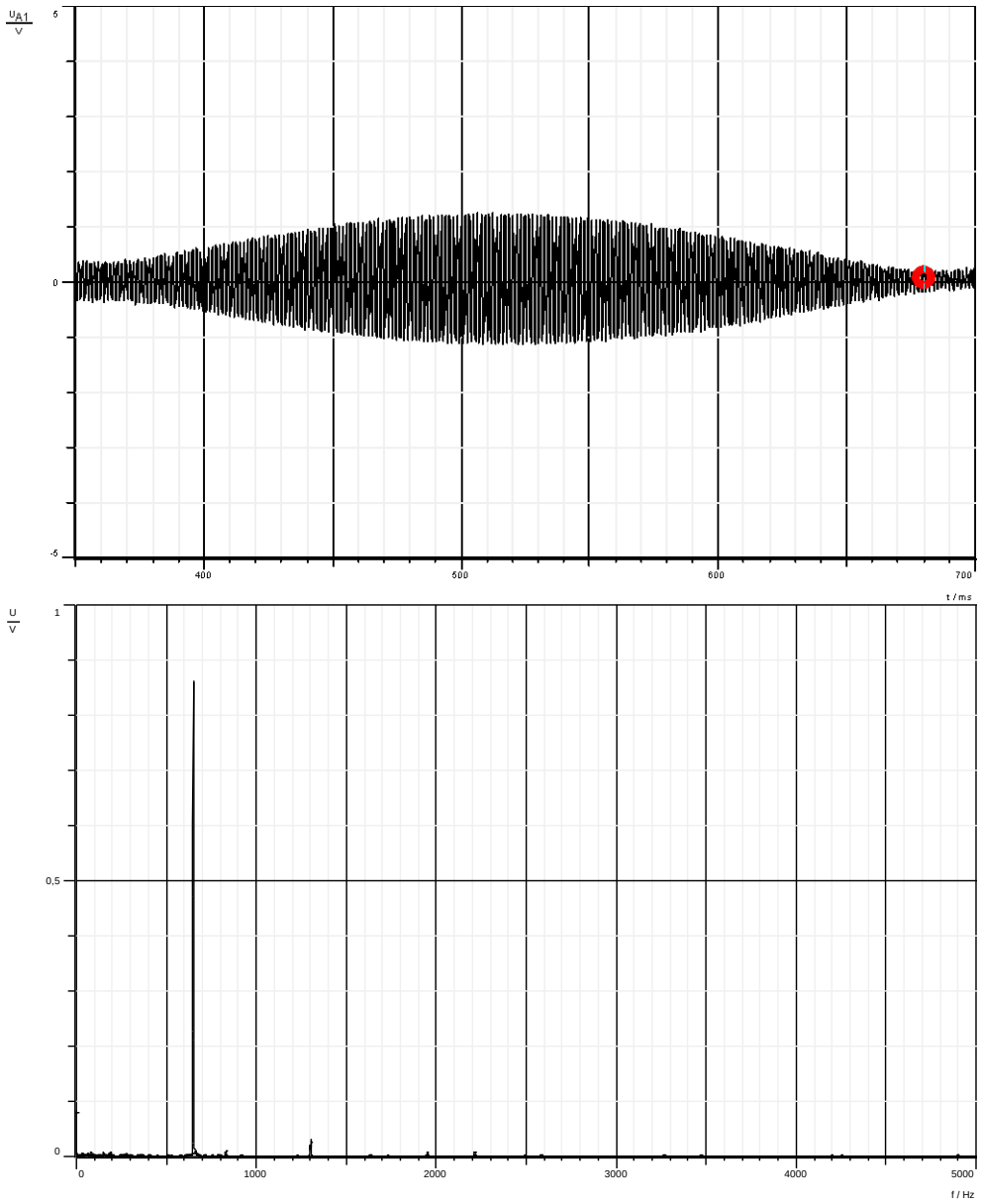


C4 Einschwingen



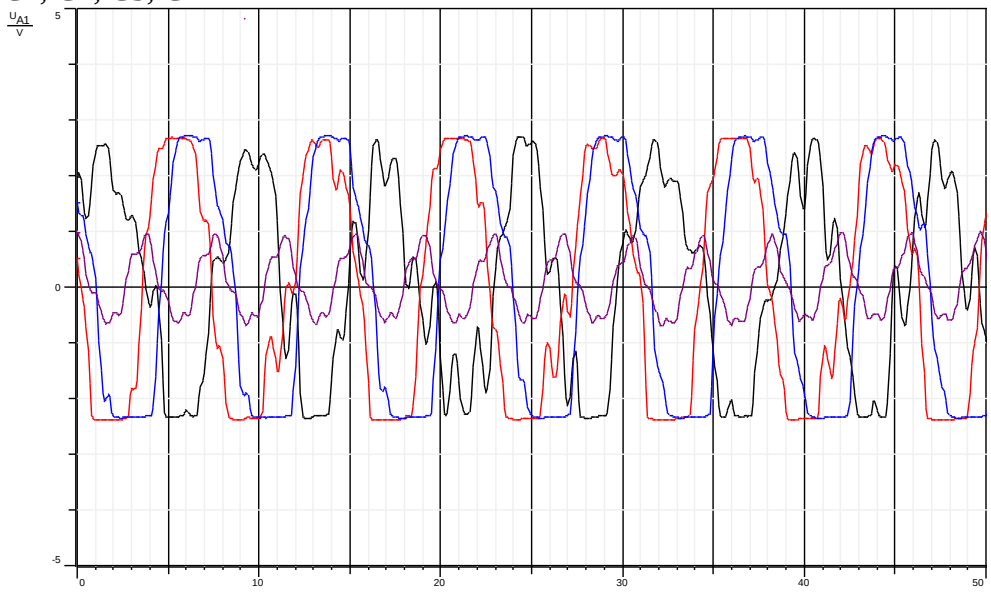


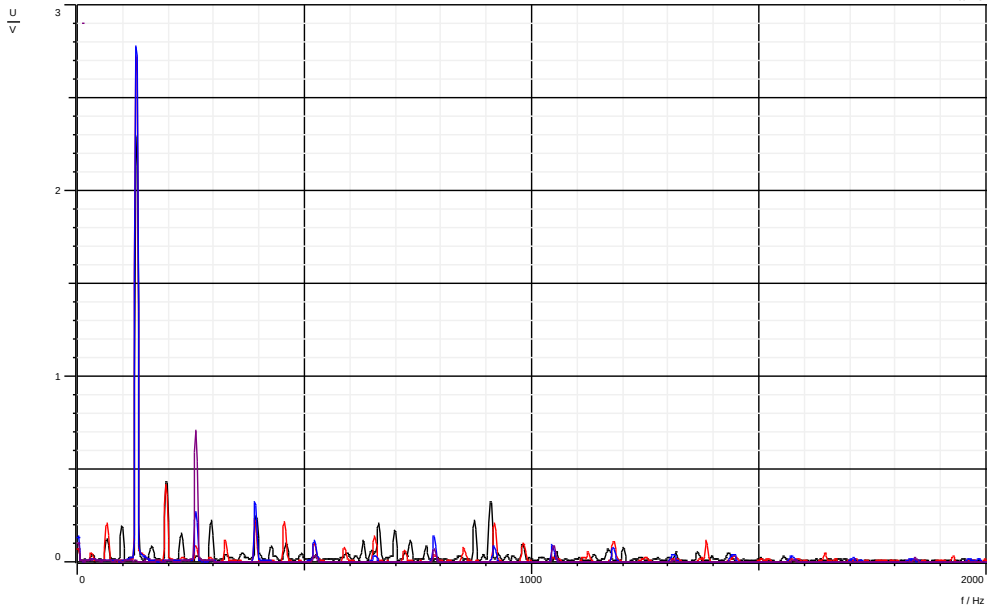
E6


U_{A1} / V
5
0
-5
400
500
600
700
t / ms
U / V
1
0,5
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

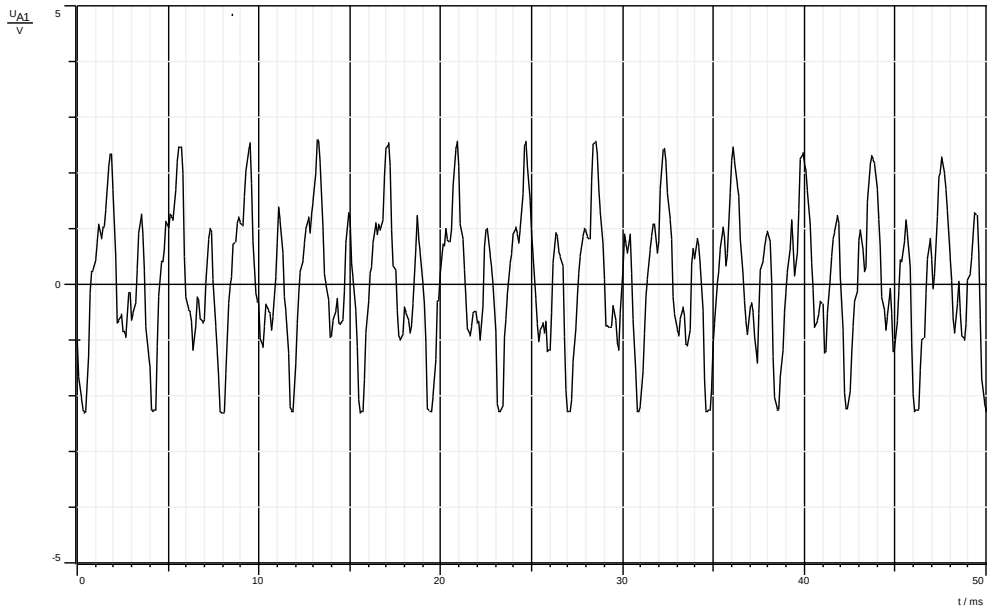
5.5 Yamaha Clavinova Keyboard

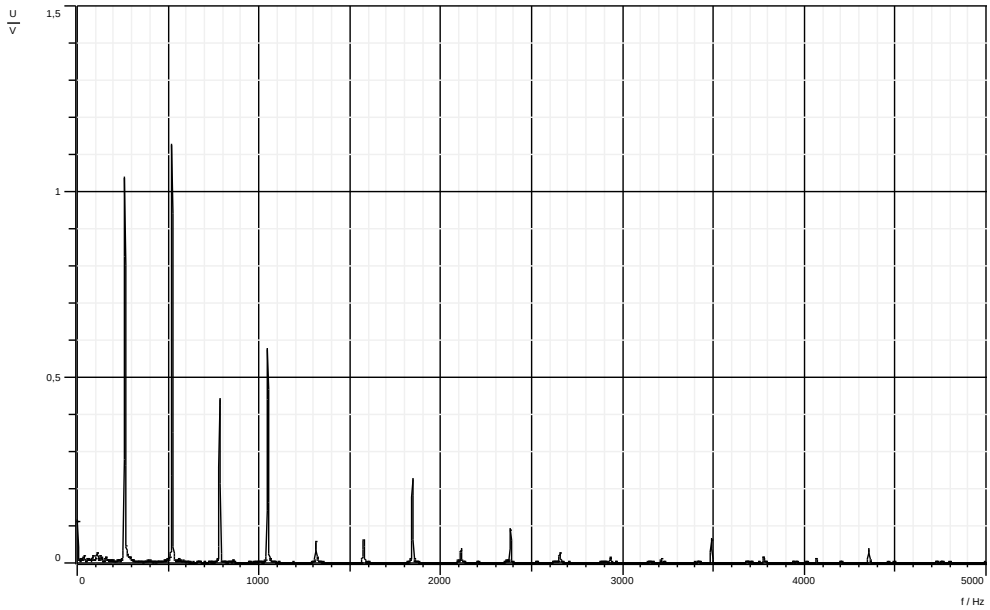
C1, C2, C3, C4



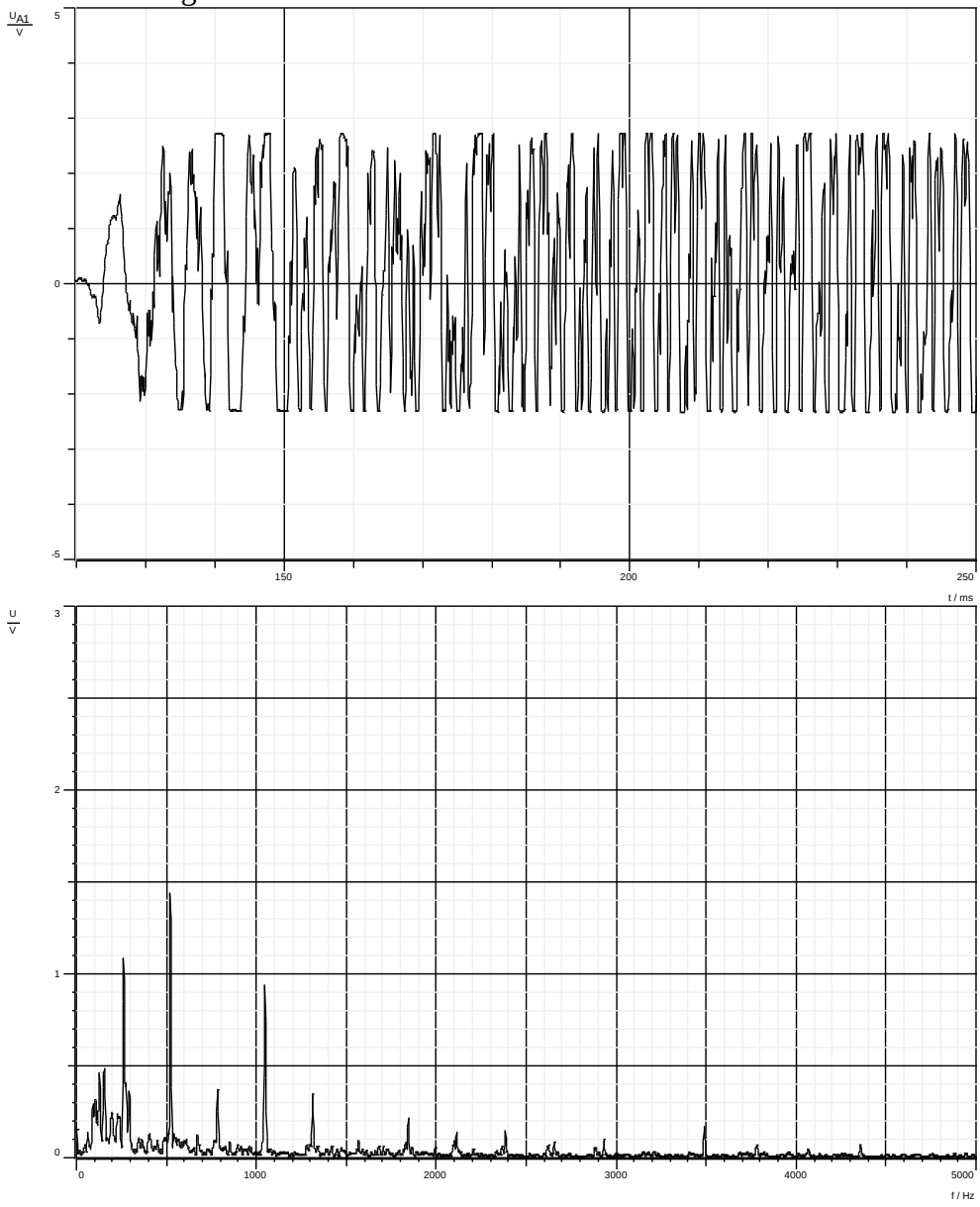


C4



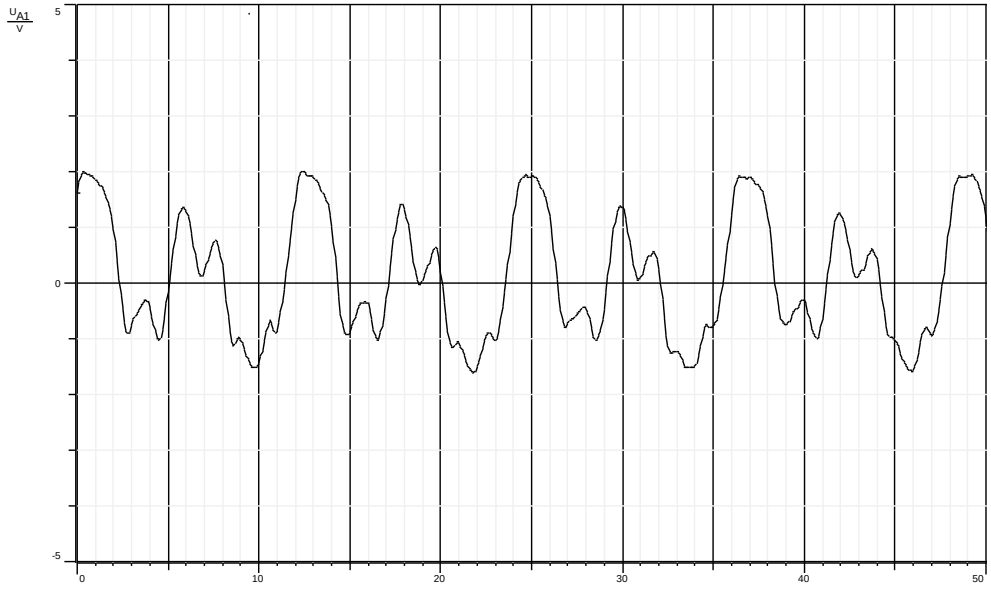


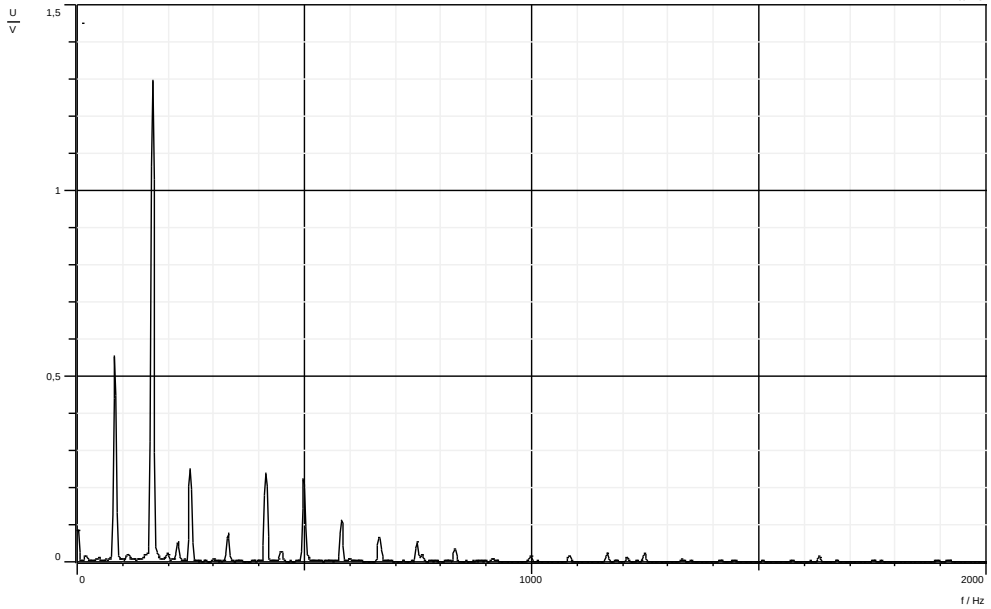
C4 Einschwingen



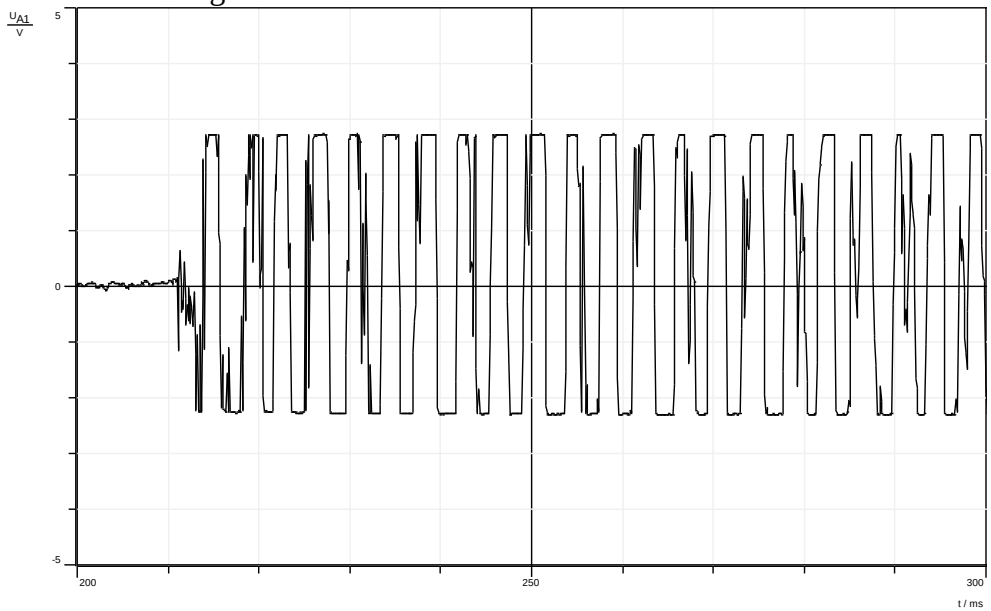
5.6 Höfner Gitarre

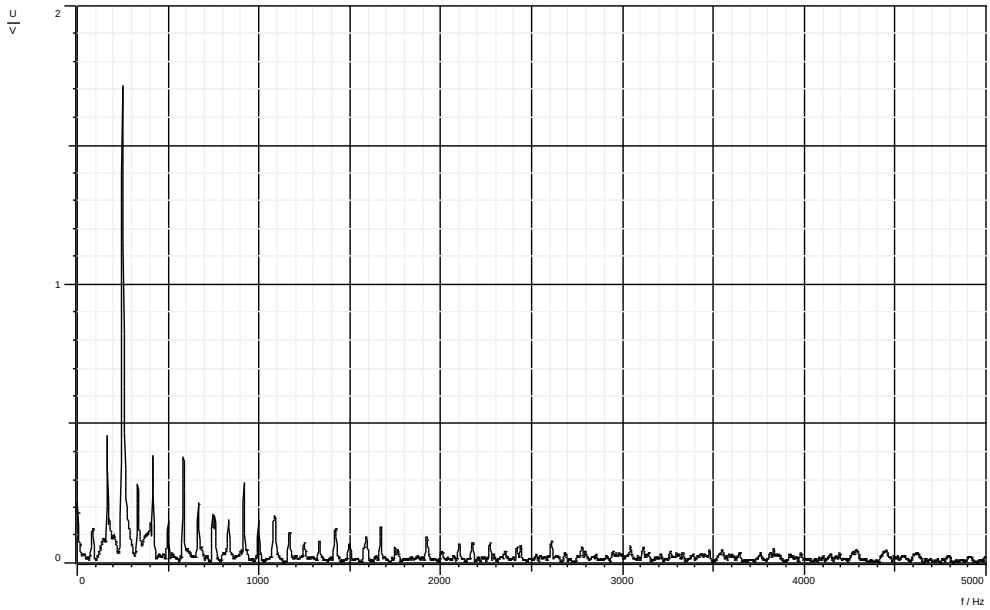
E-Saite





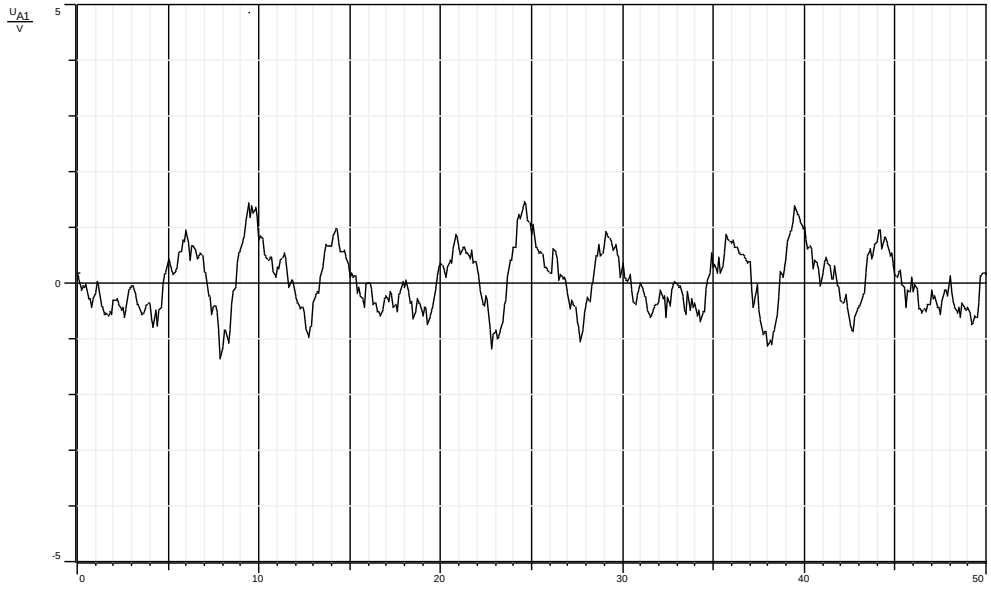
E-Saite Anschlagen

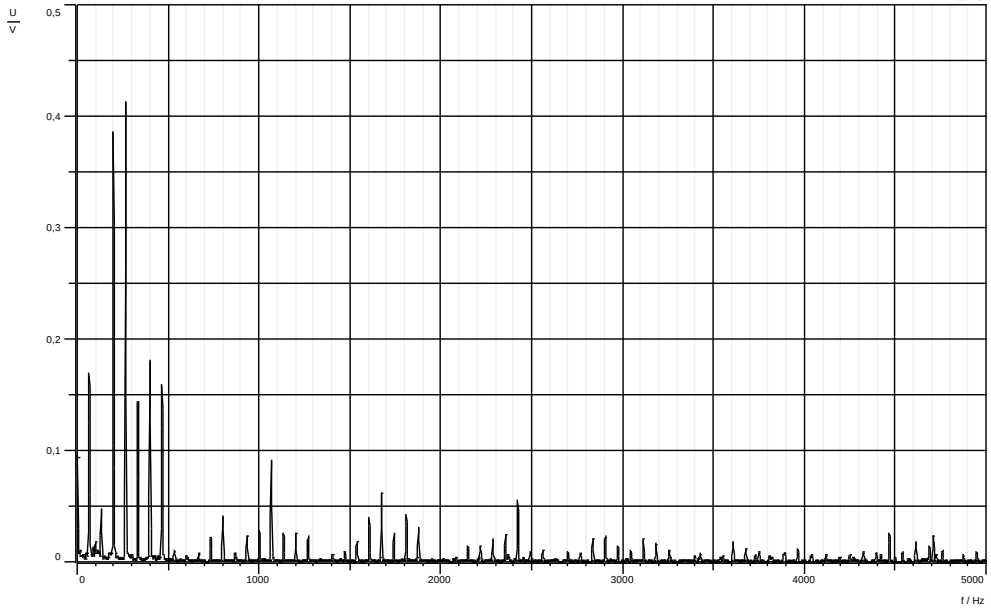



|U|
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

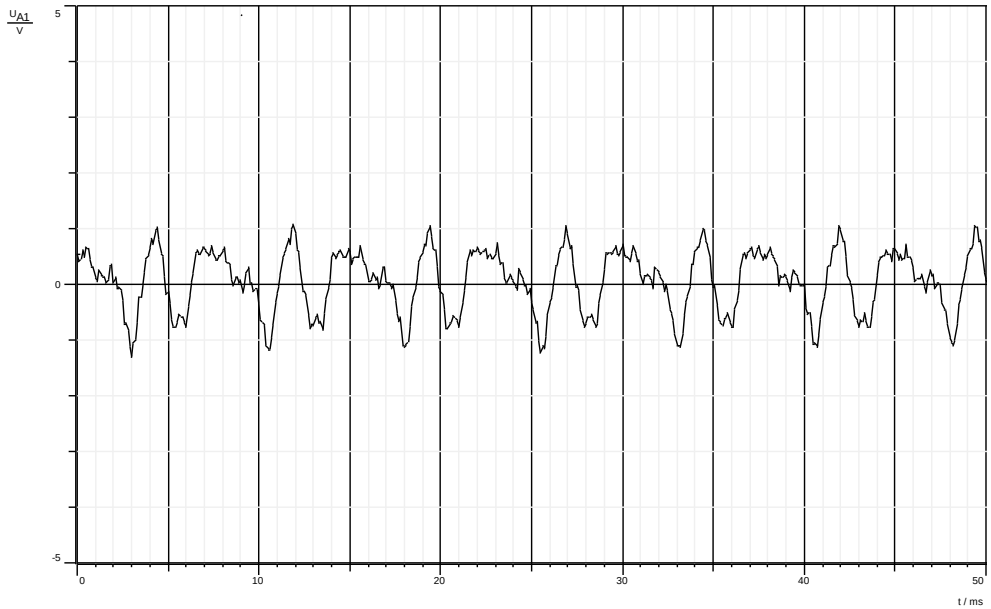
5.7 Sassmann Cembalo

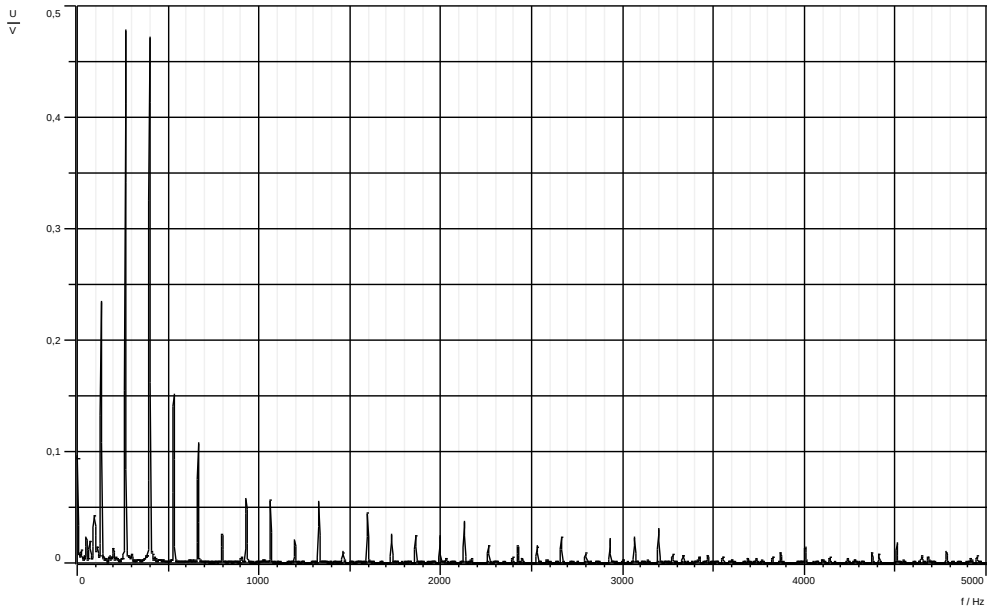
C1



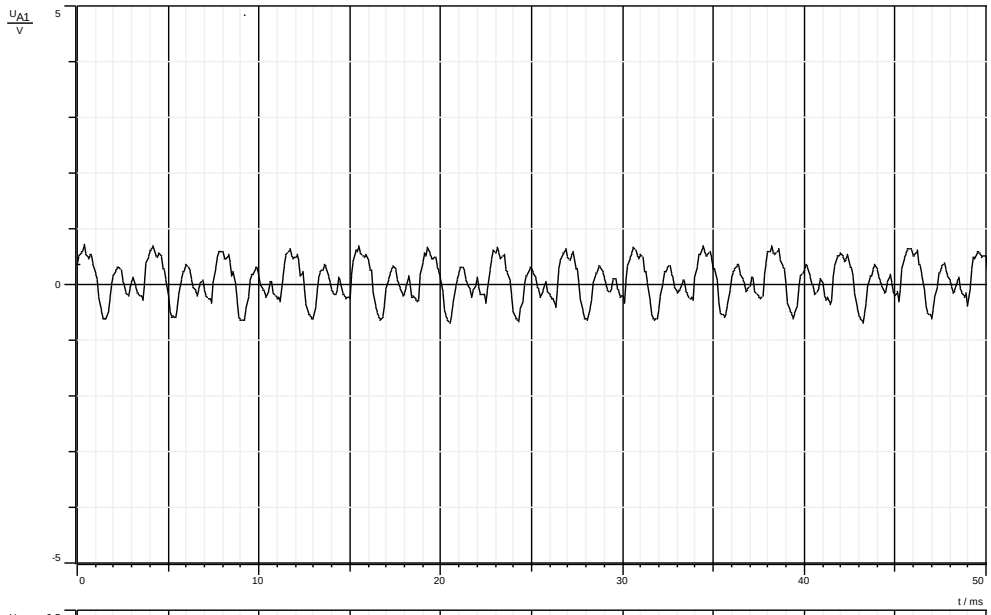


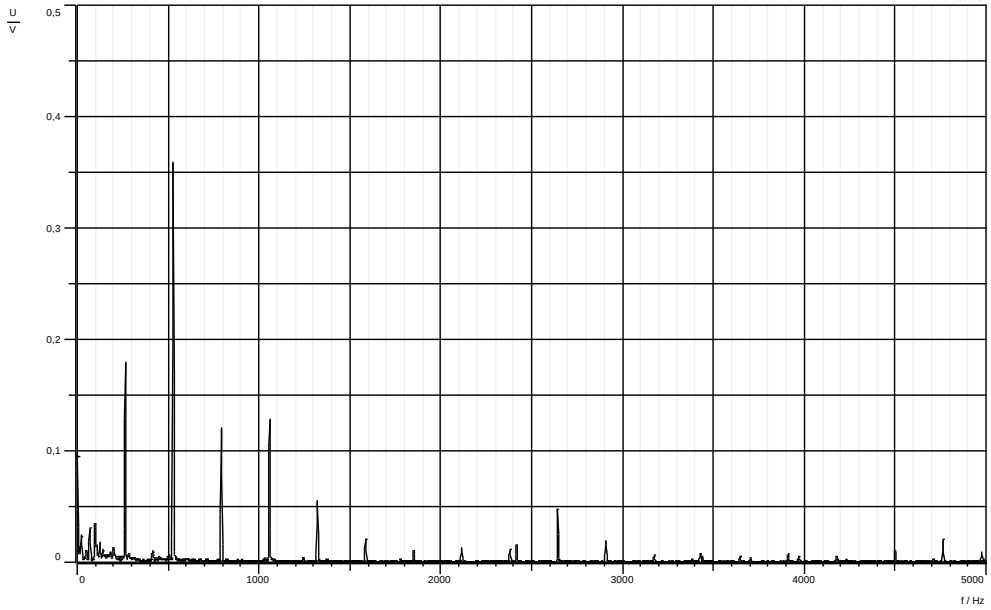
C2



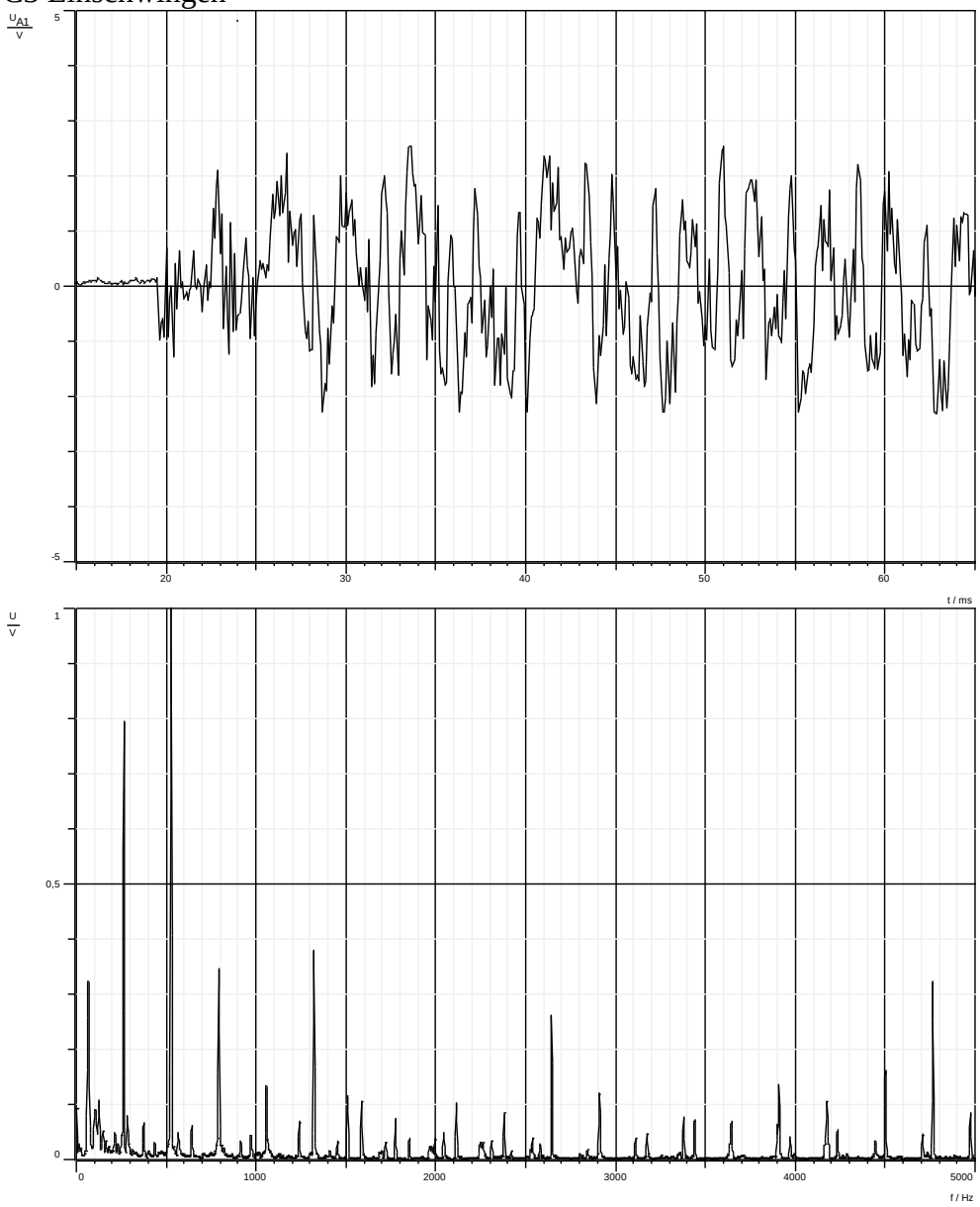

U / V
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

C3

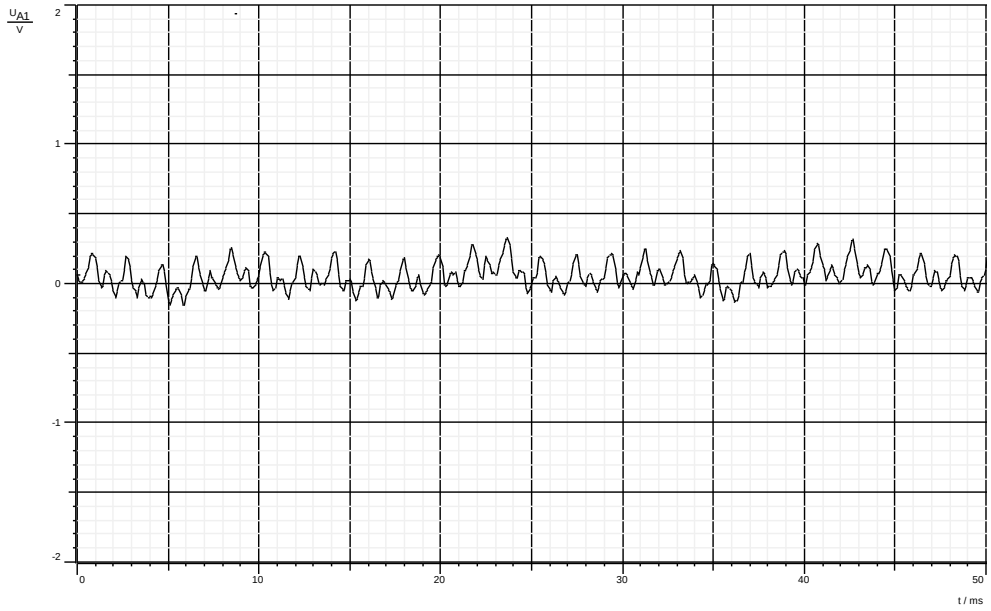

U_A1 / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms

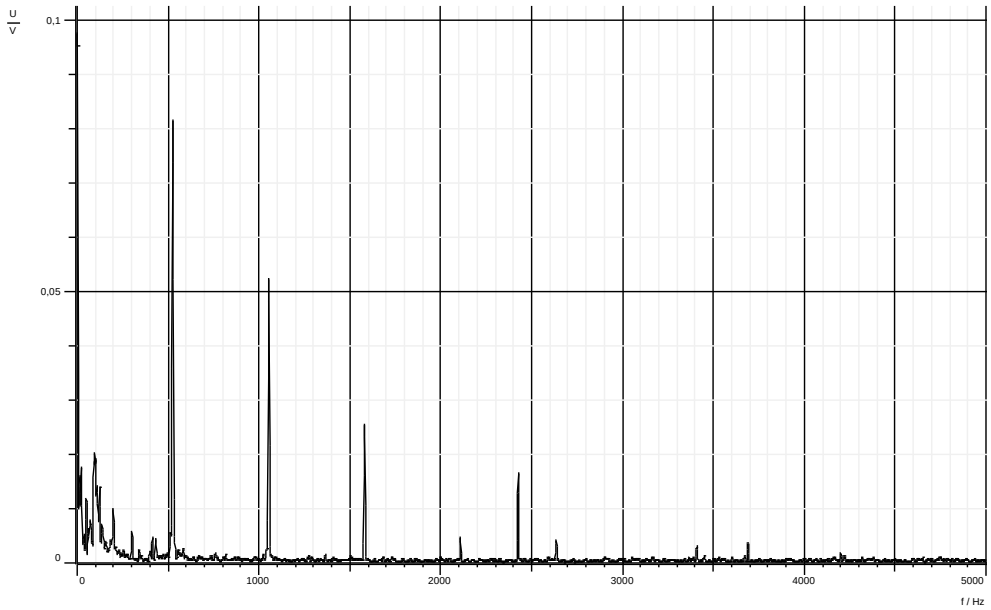

U / V
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

C3 Einschwingen

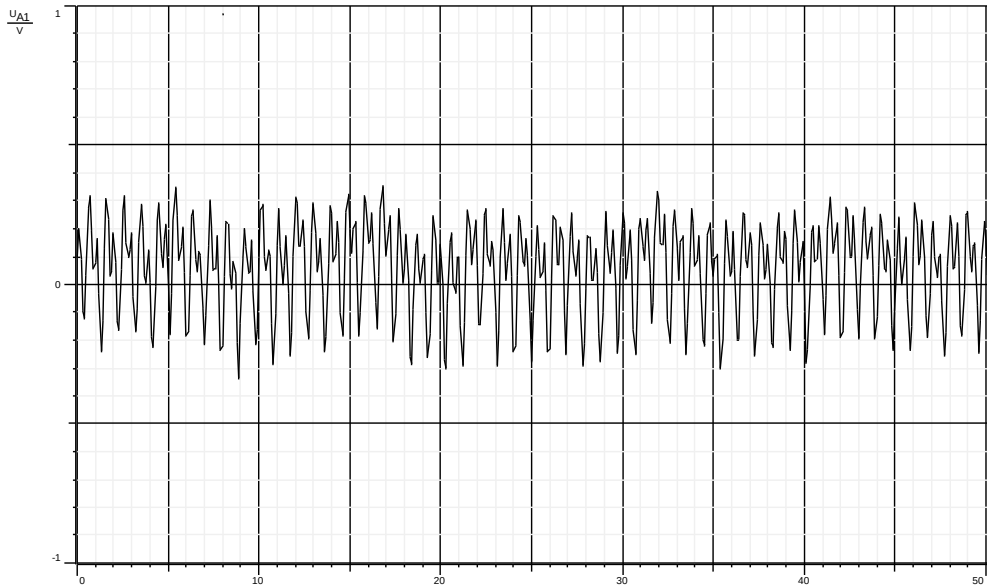


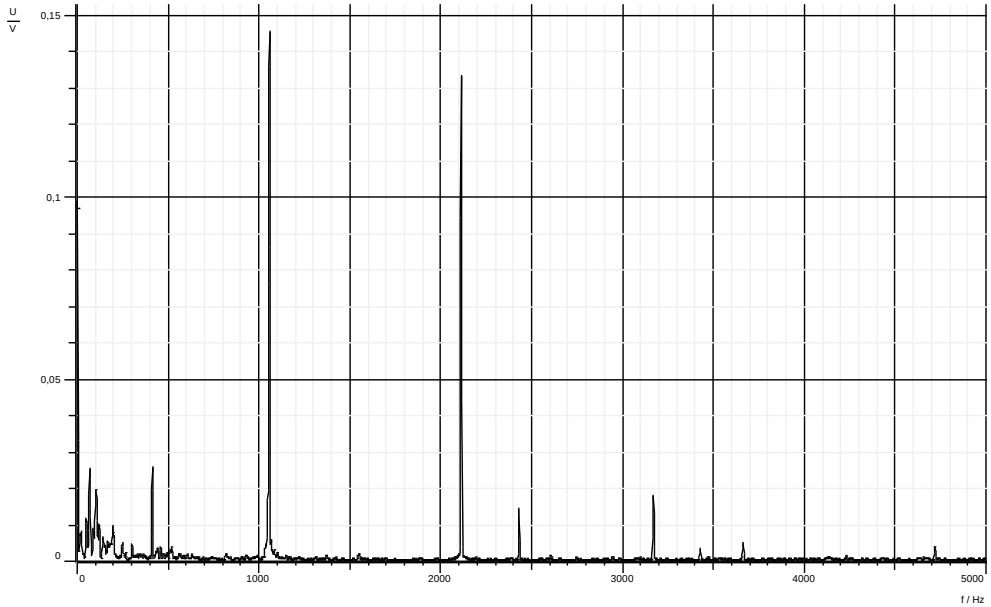
C4




U / V
0,1
0,05
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

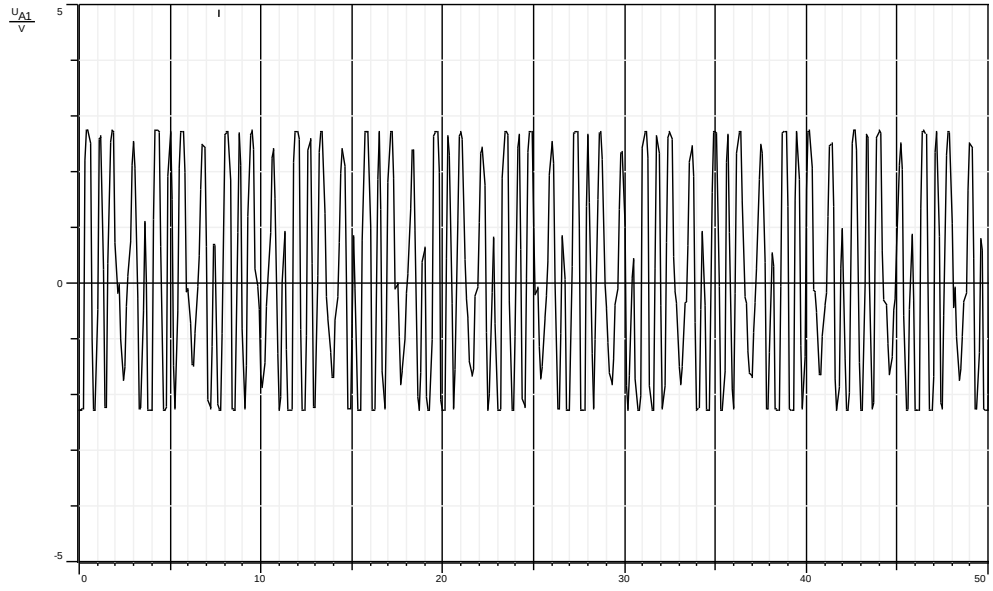
C5

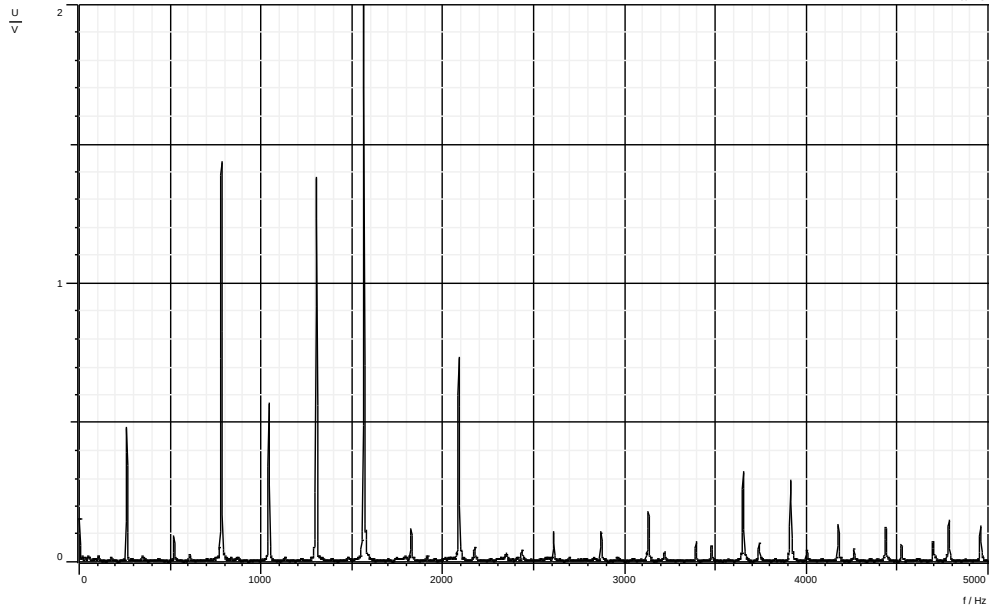

U_A1 / V
1
0
-1
0
10
20
30
40
50
t / ms


U / V
0,15
0,1
0,05
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

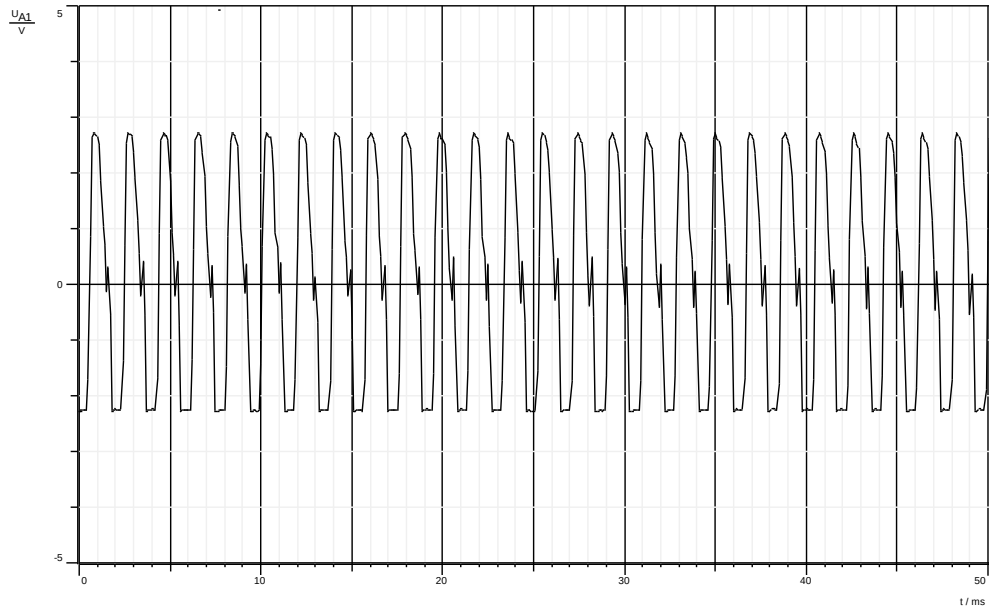
5.8 Richard Keilwert Klarinette

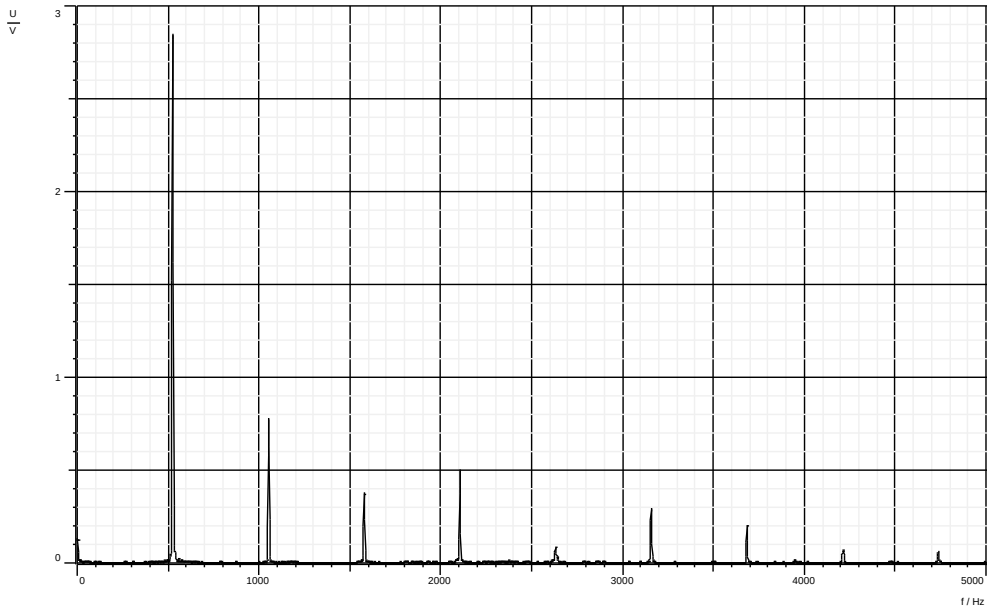
D1



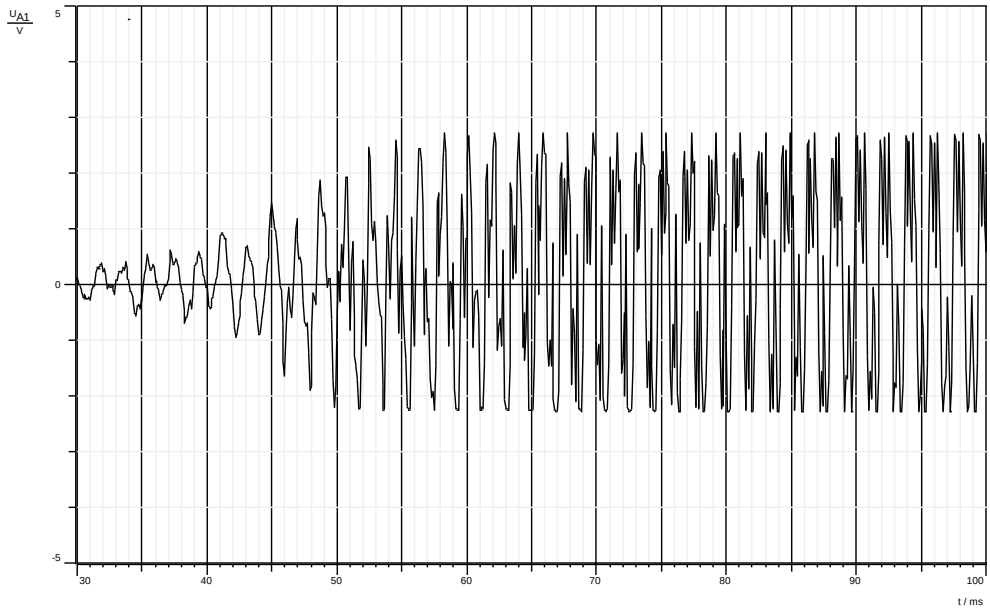


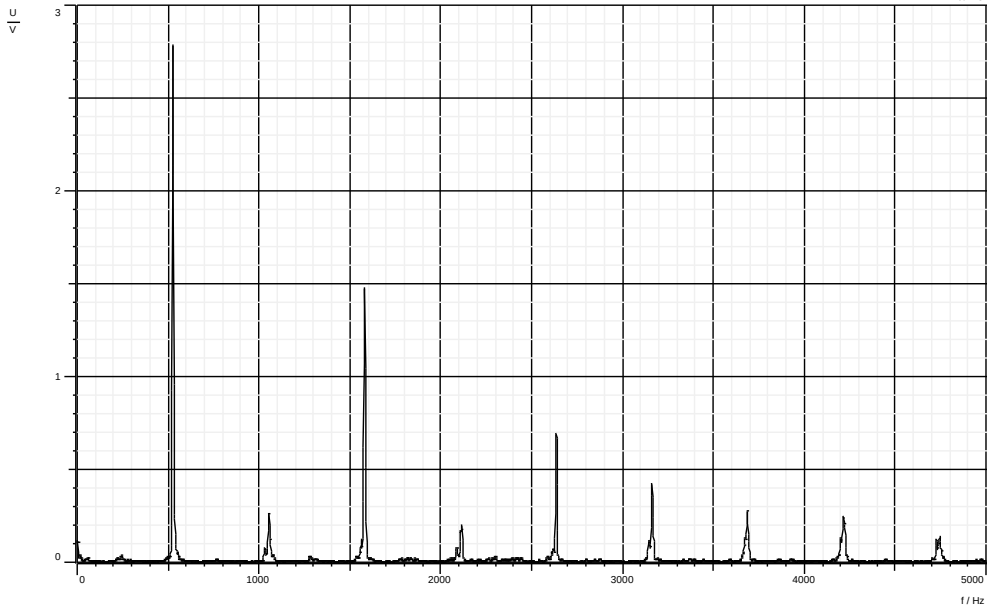
D2



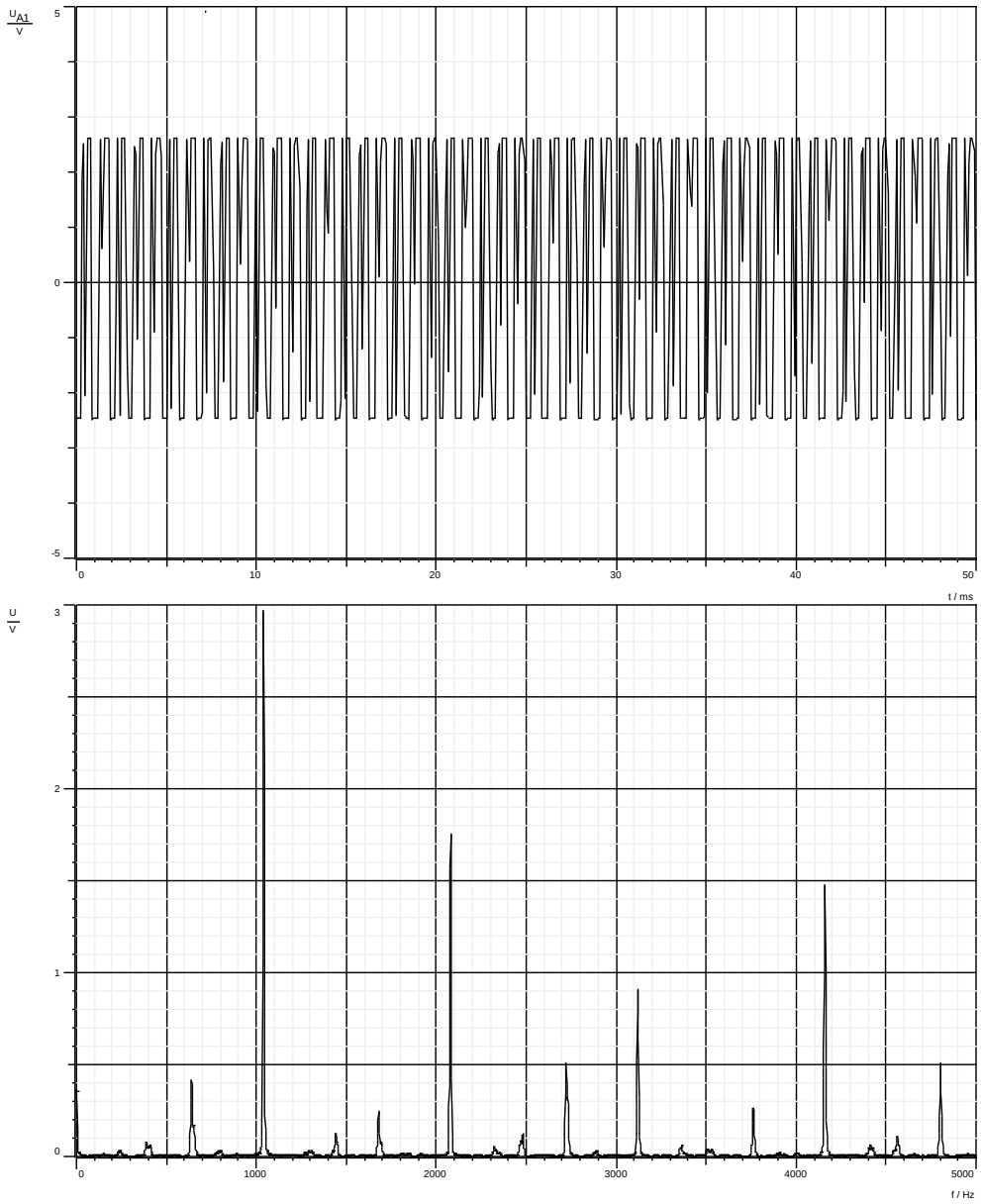

U / V
3
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

D2 Anblasen


U_A1 / V
5
0
-5
30
40
50
60
70
80
90
100
t / ms

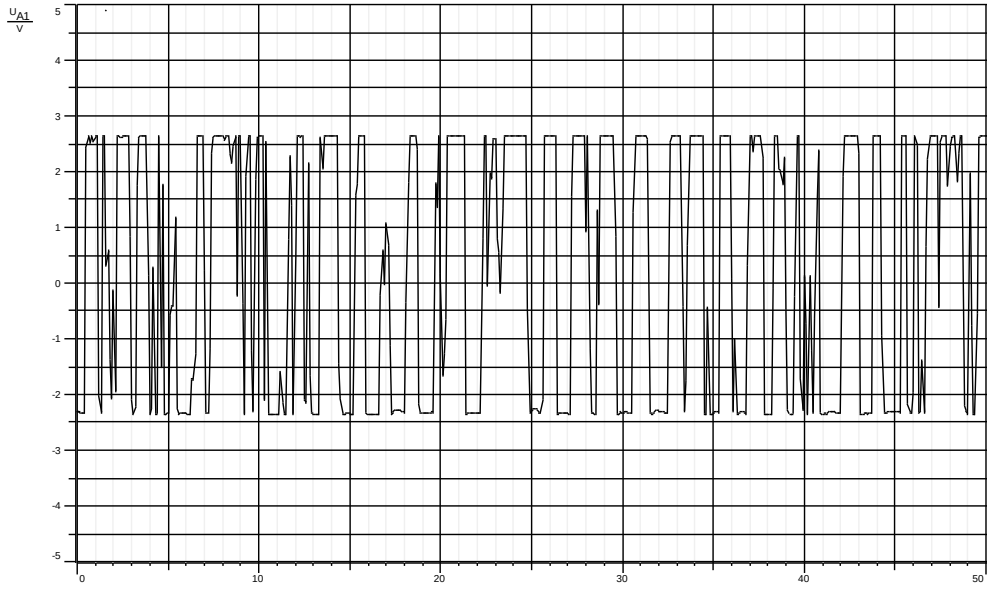

U / V
3
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

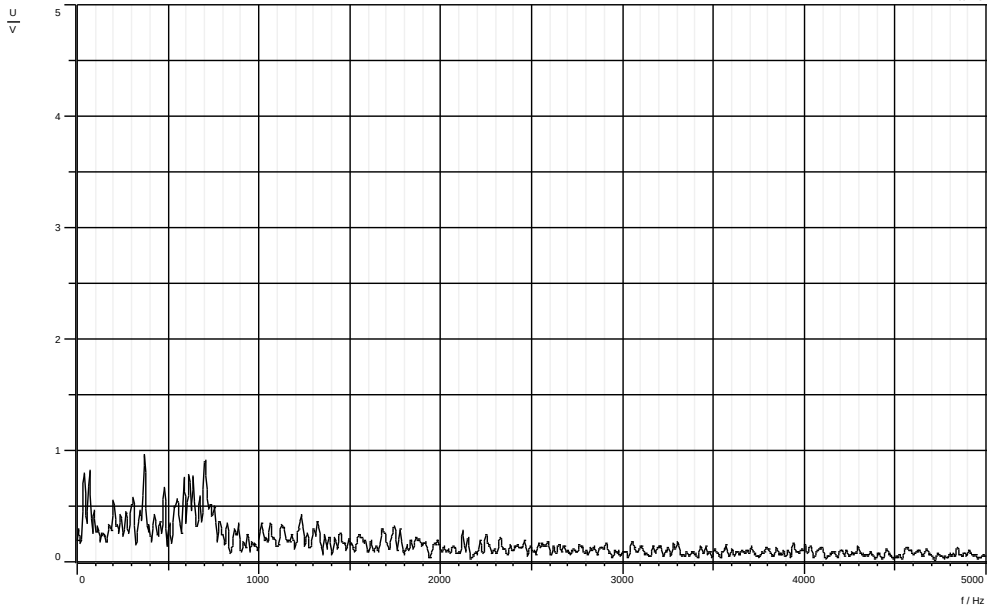
D3


U_A1 / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms
U / V
3
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

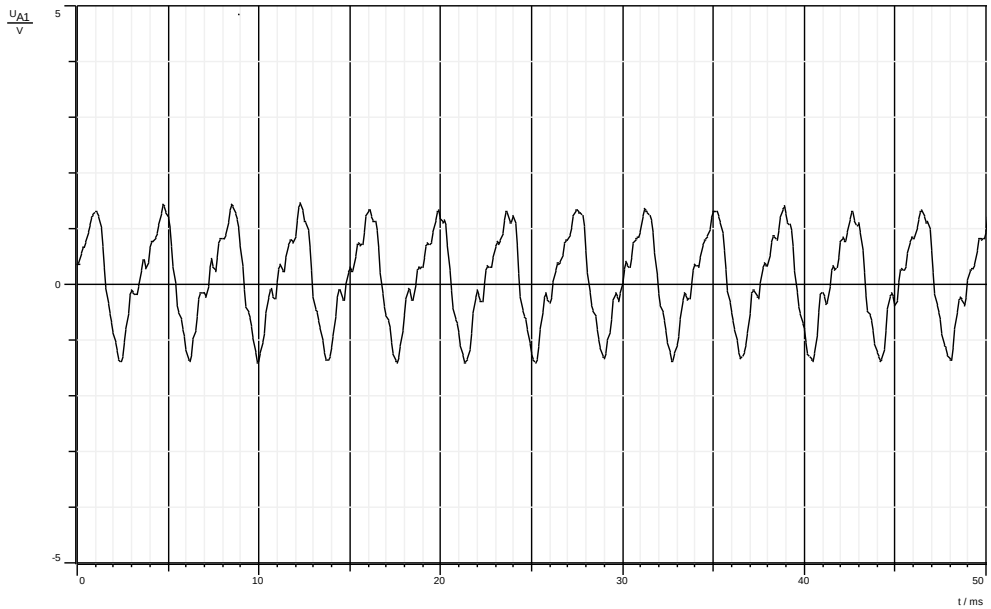
5.9 Jupiter di Medici Querflöte

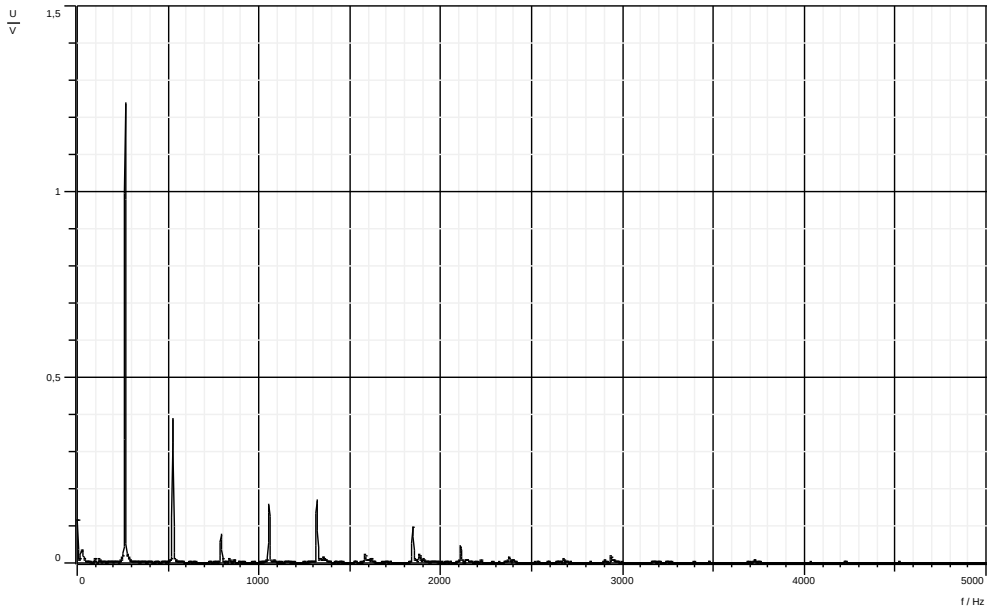
Mundstück



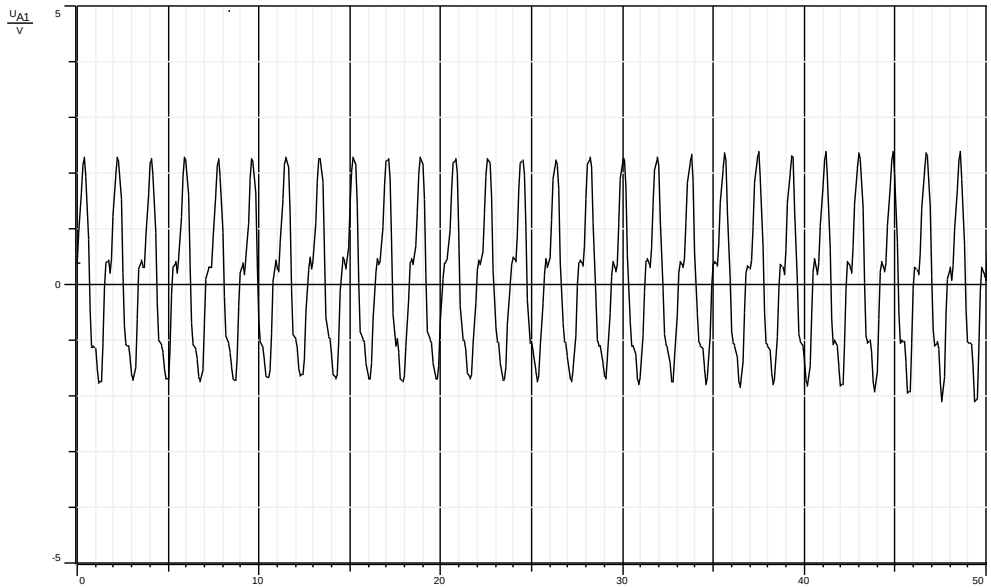


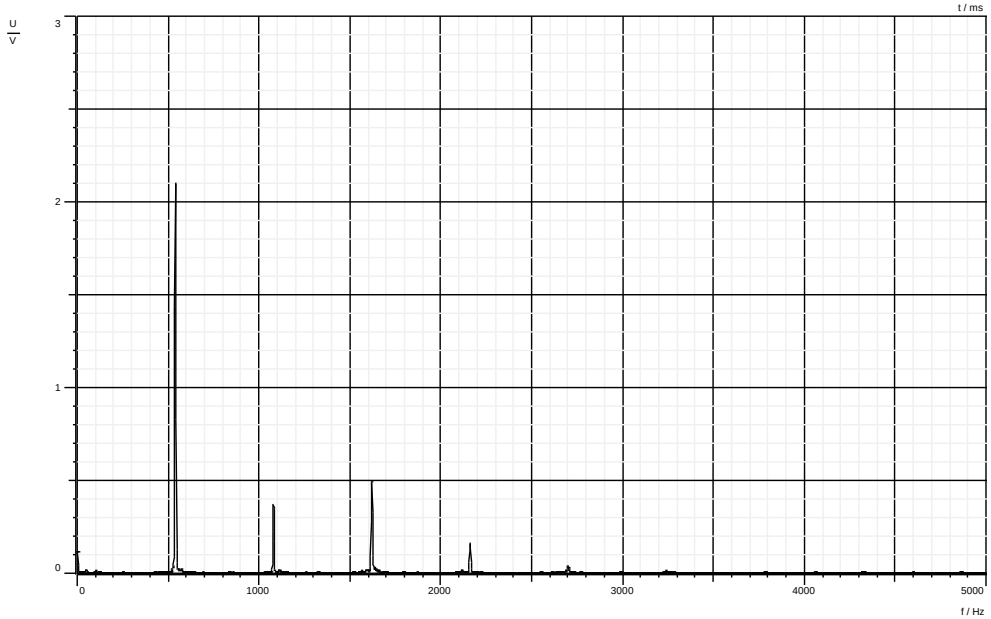
C1



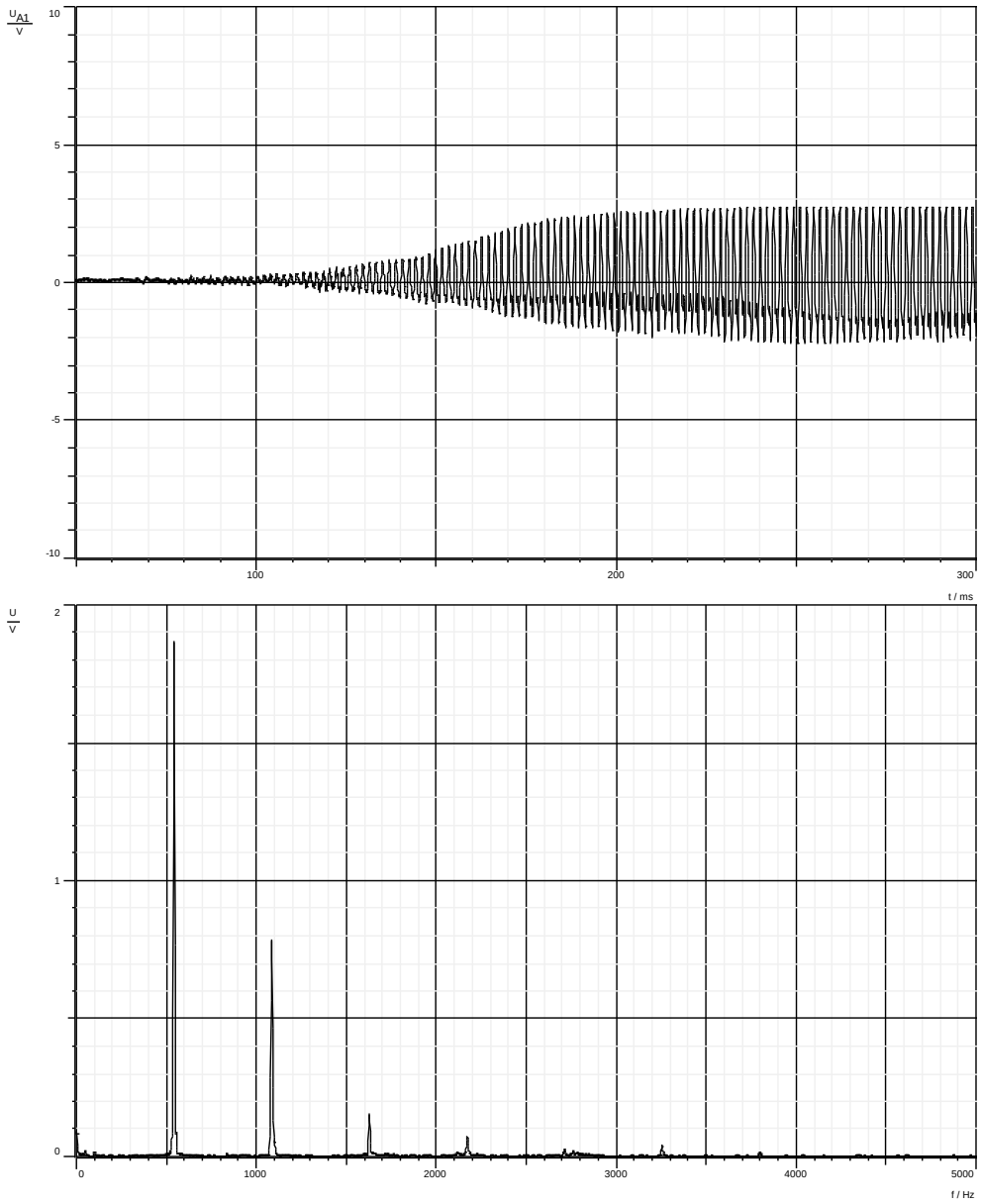

U / V
1,5
1
0,5
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

C2

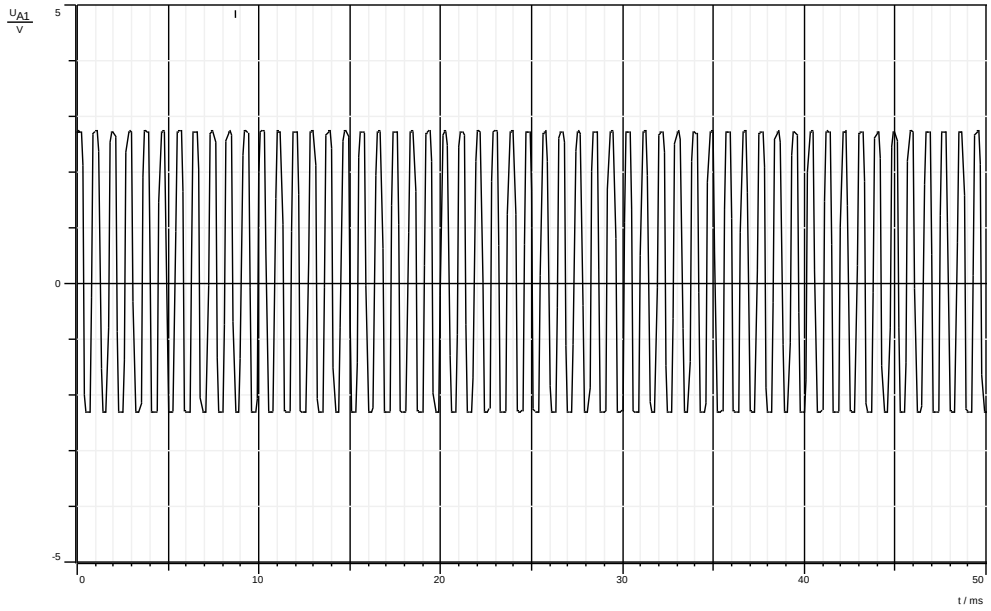

U_A1 / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms

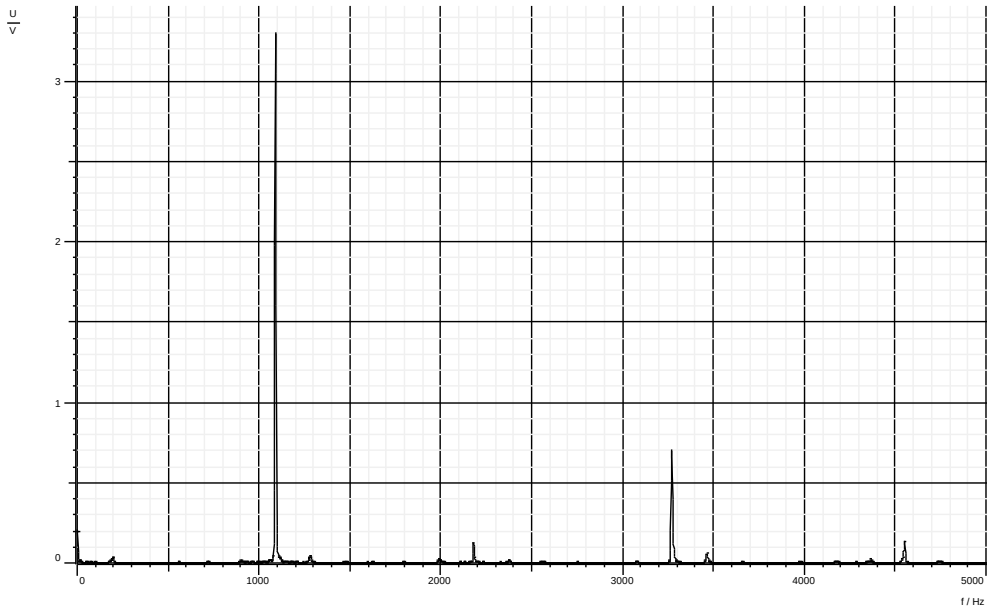

U / V
3
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

C2 Anblasen

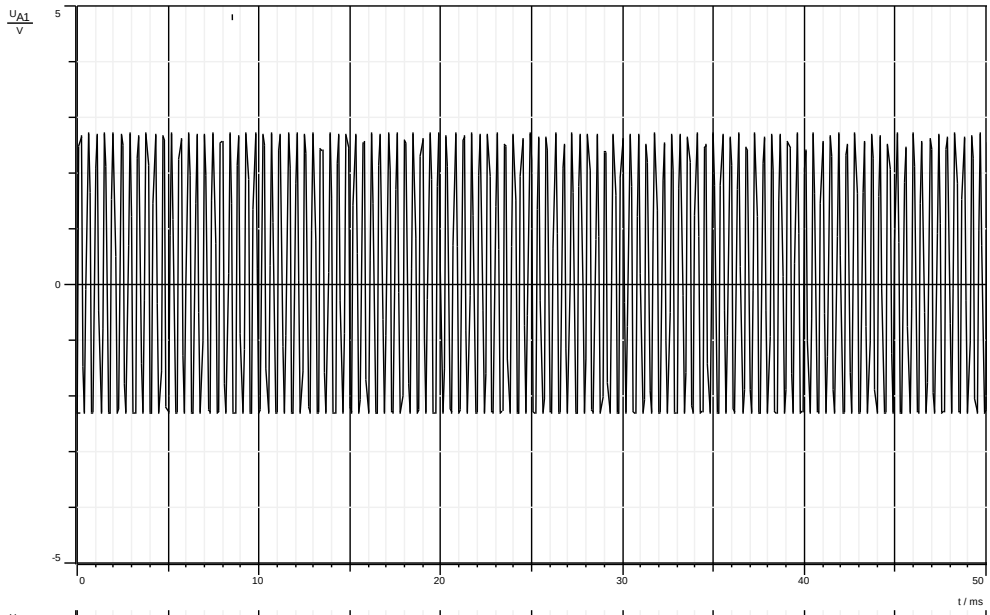


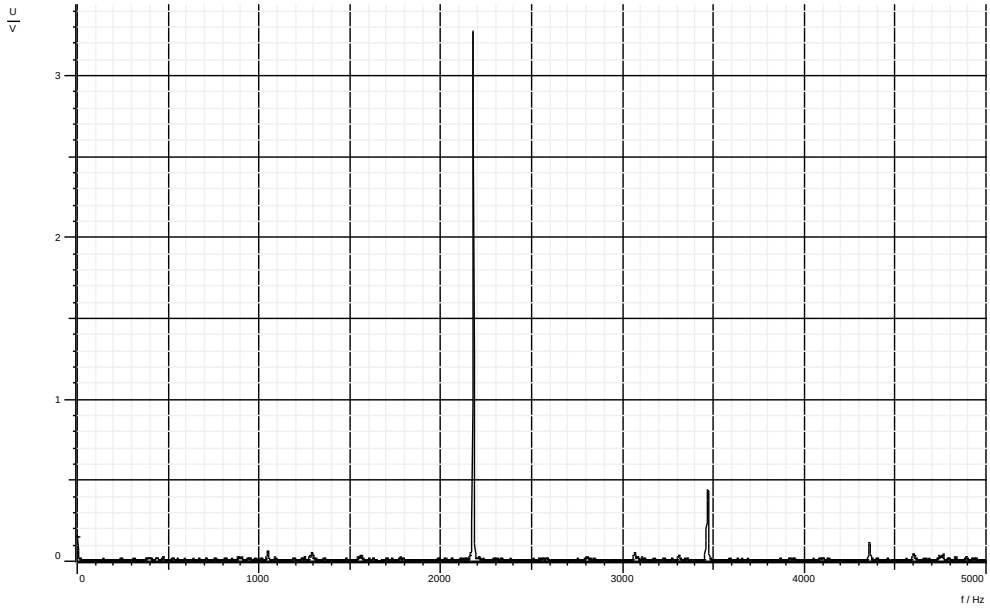
C3




U / V
3
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

C4

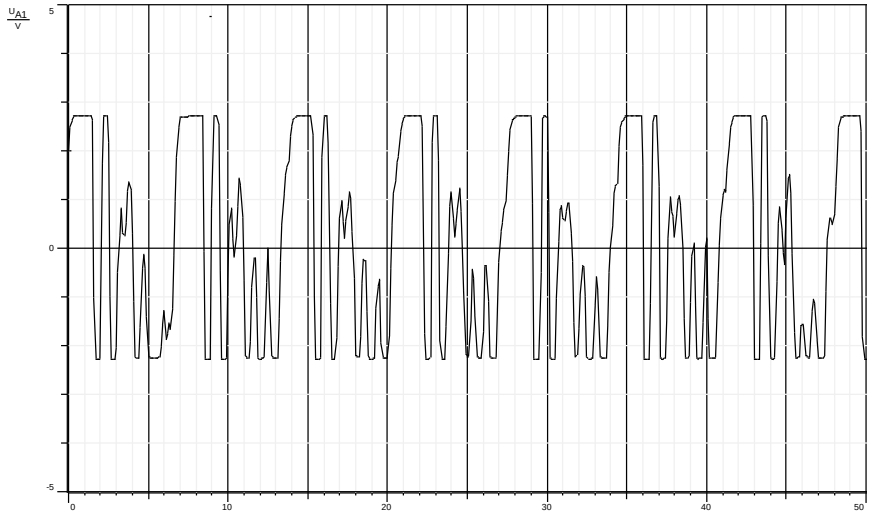

U_A1 / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms

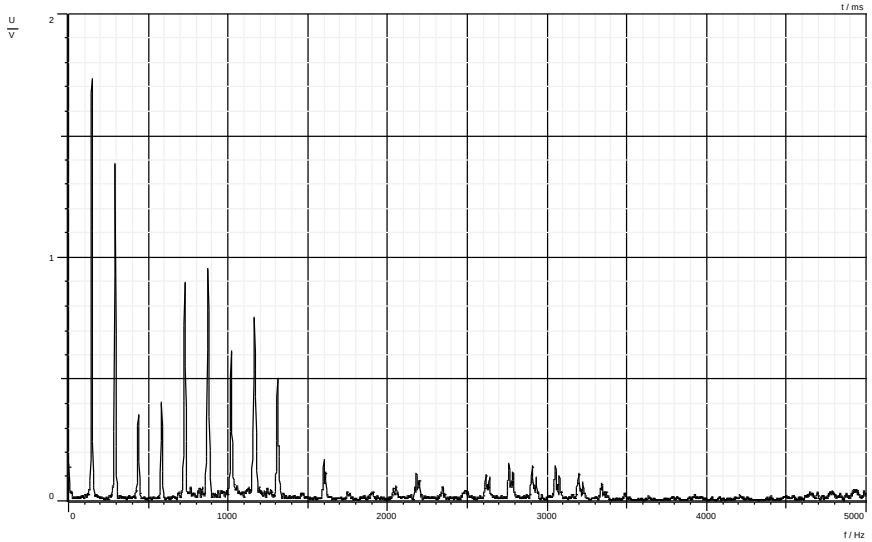

U / V
3
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

5.10 Stimmen bzw. Vokale

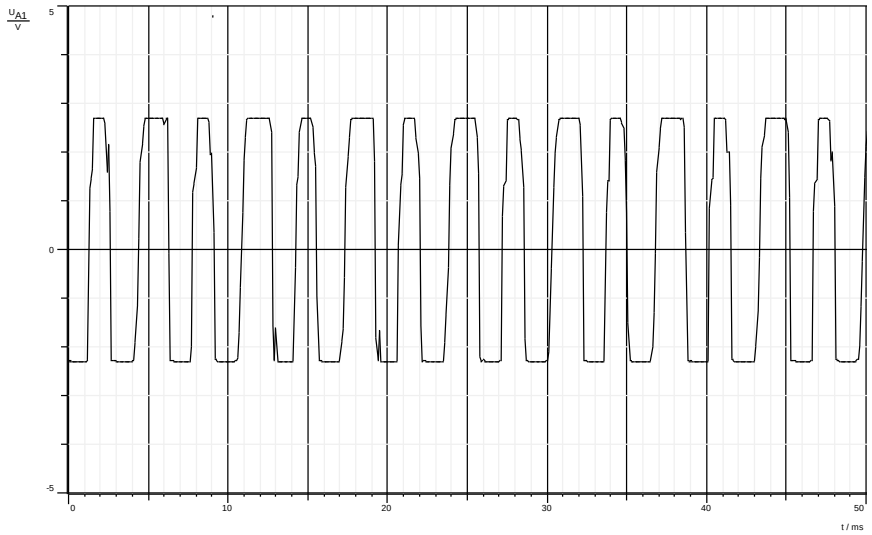
5.10.1 Frau

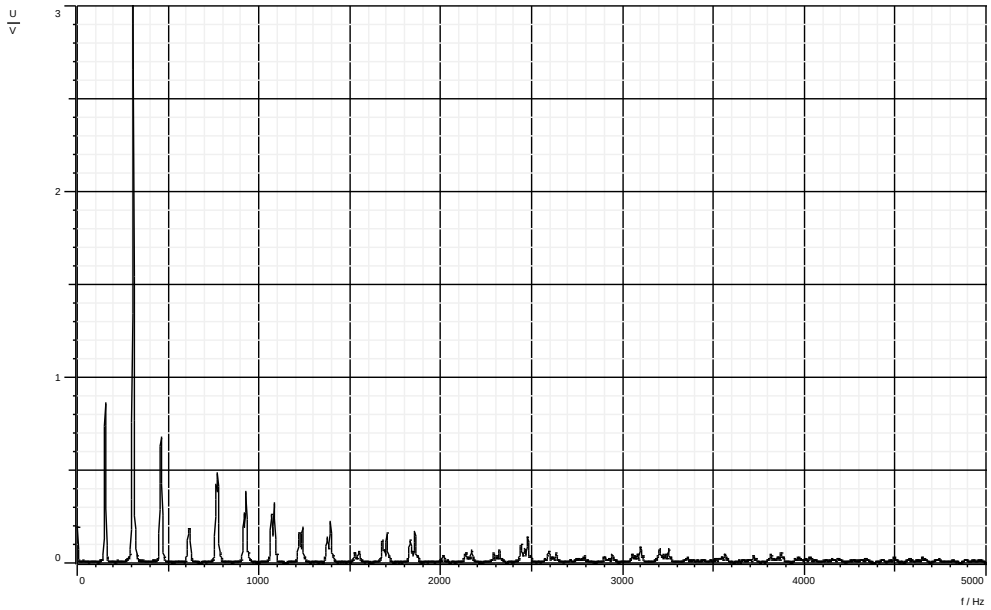
A



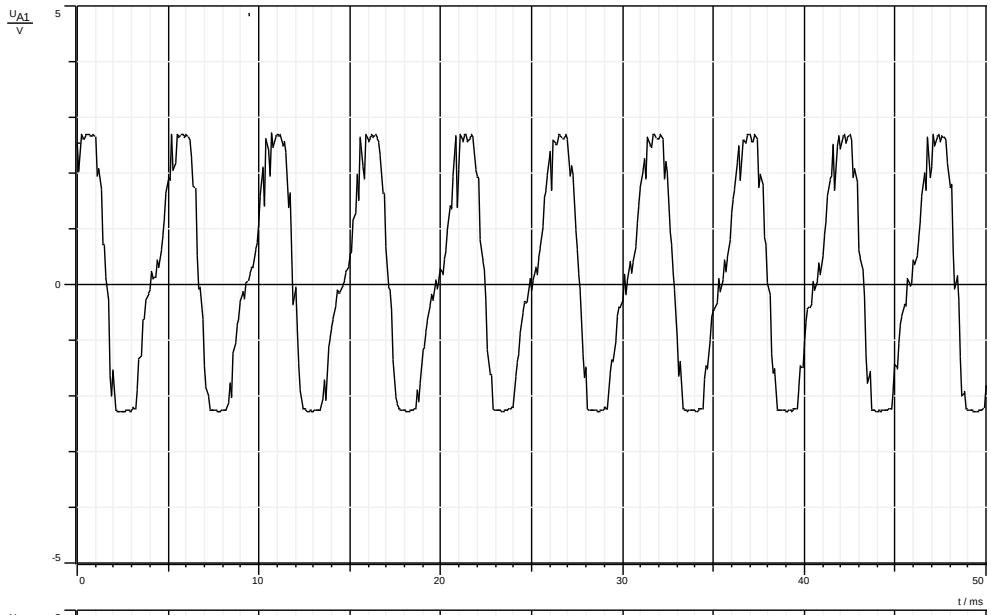


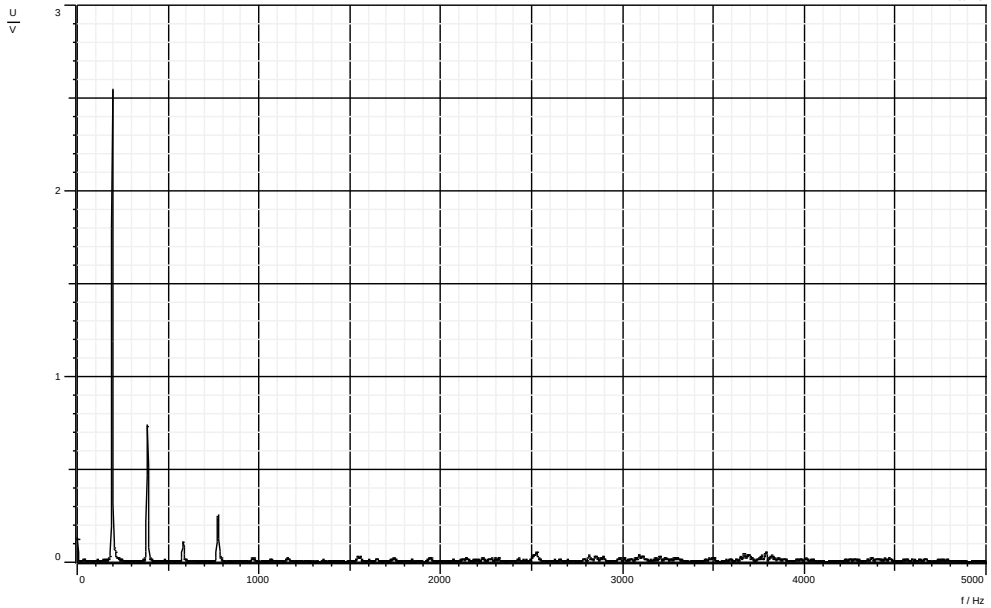
E



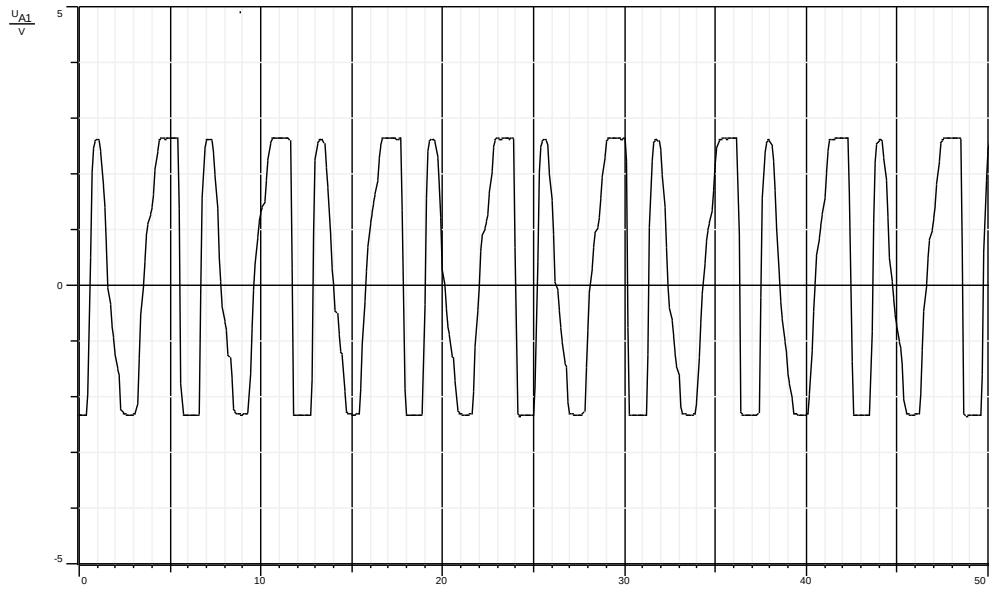

U / V
3
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

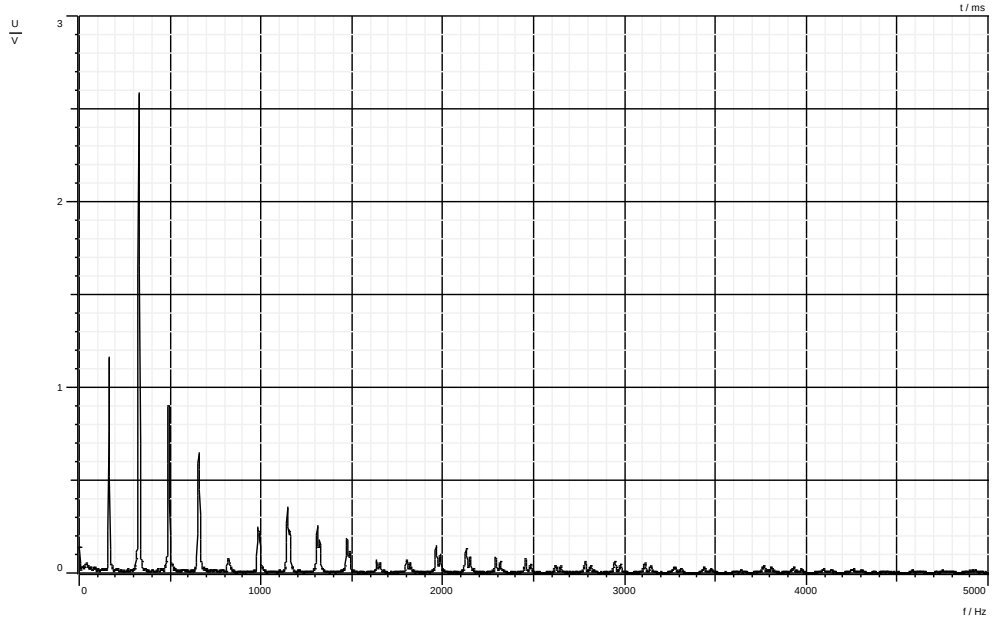
I


U_A1 / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms

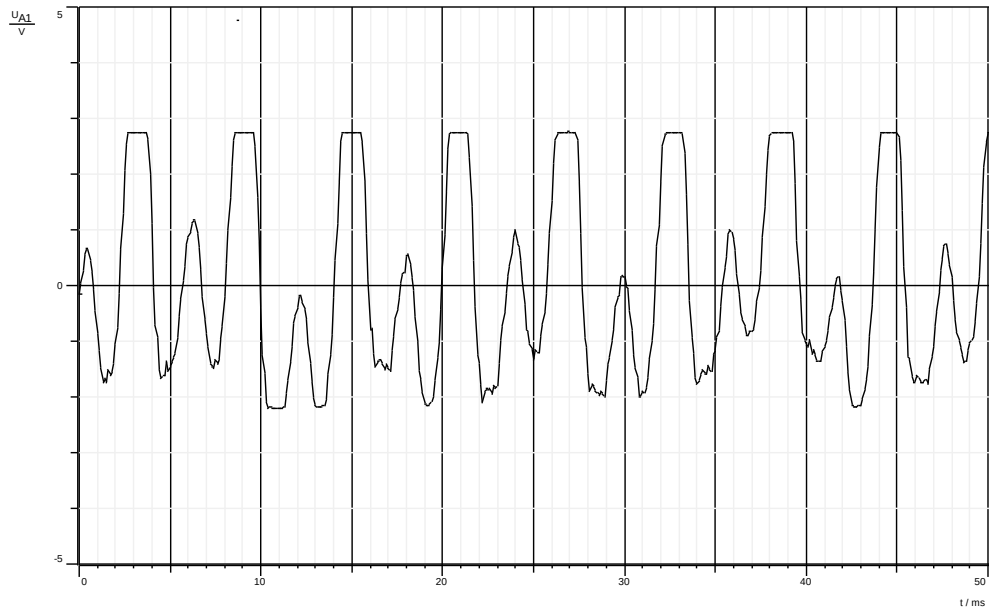

U / V
3
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

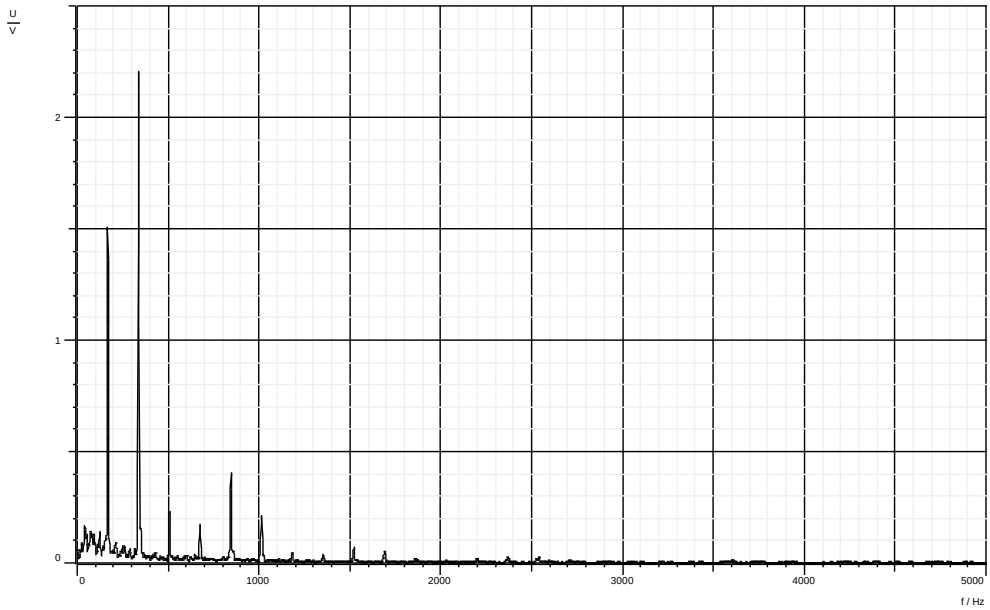
O


U_{A1} / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms


U / V
3
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

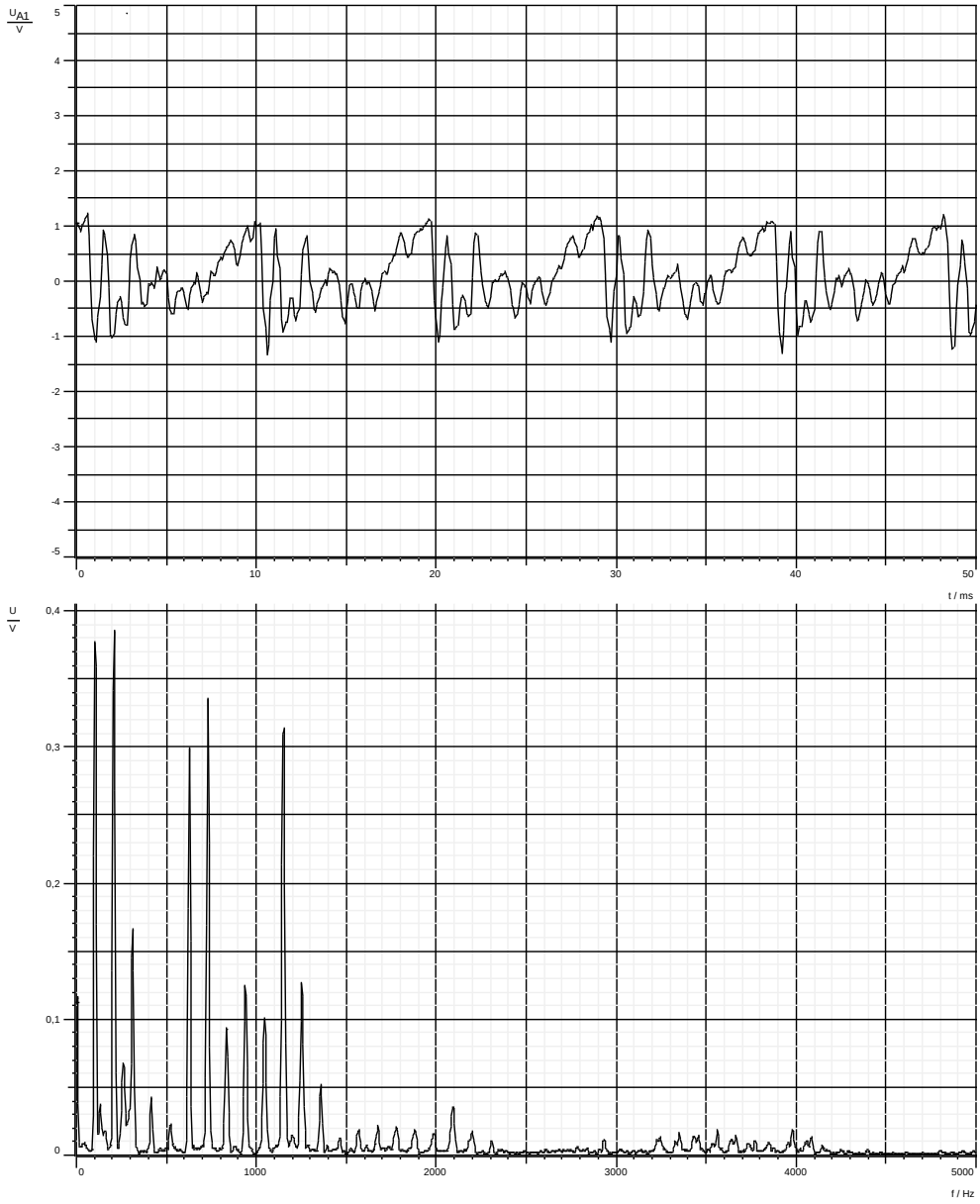
U


U_{A1} / V
5
0
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms

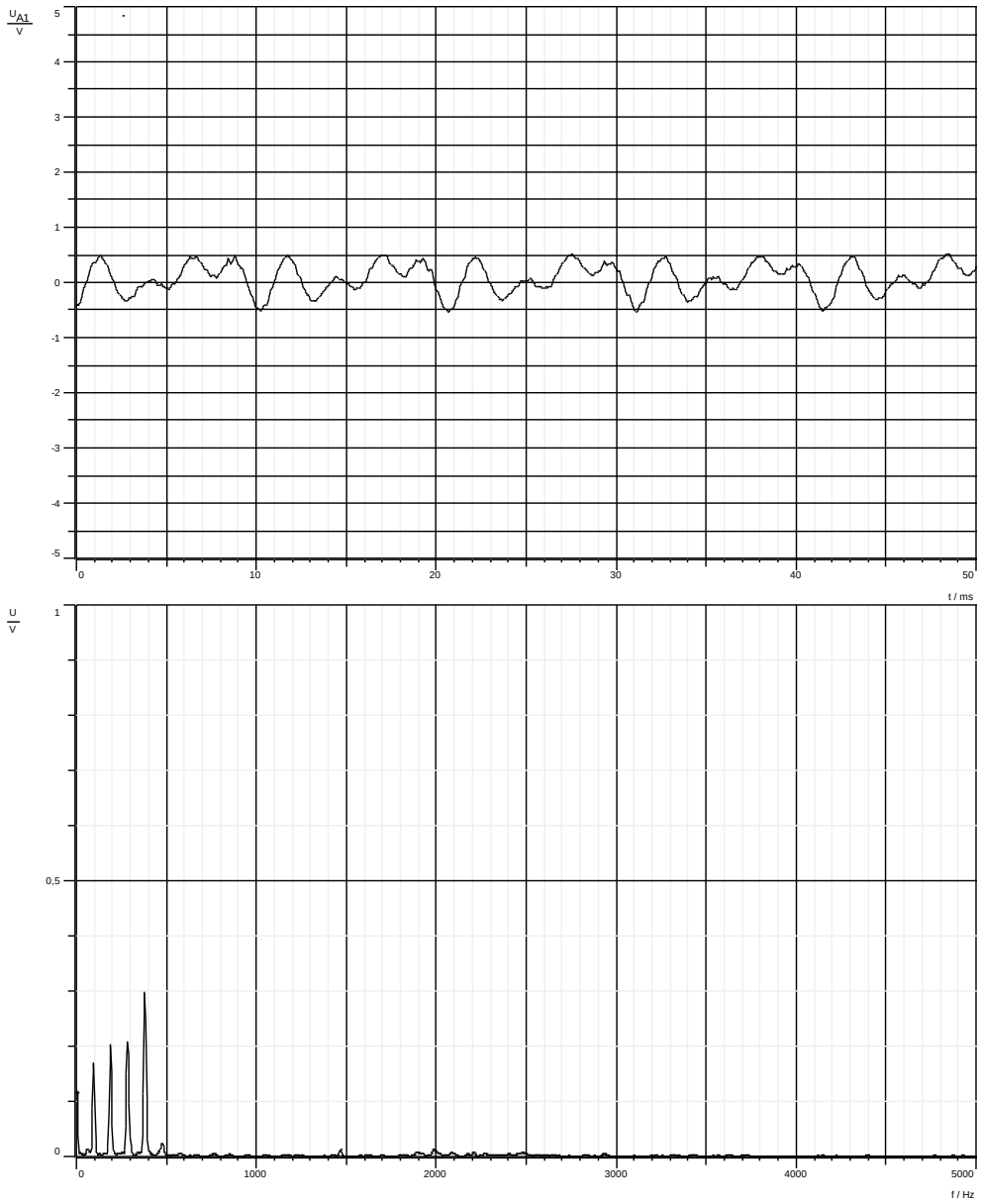

U / V
2
1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

5.10.2 Mann

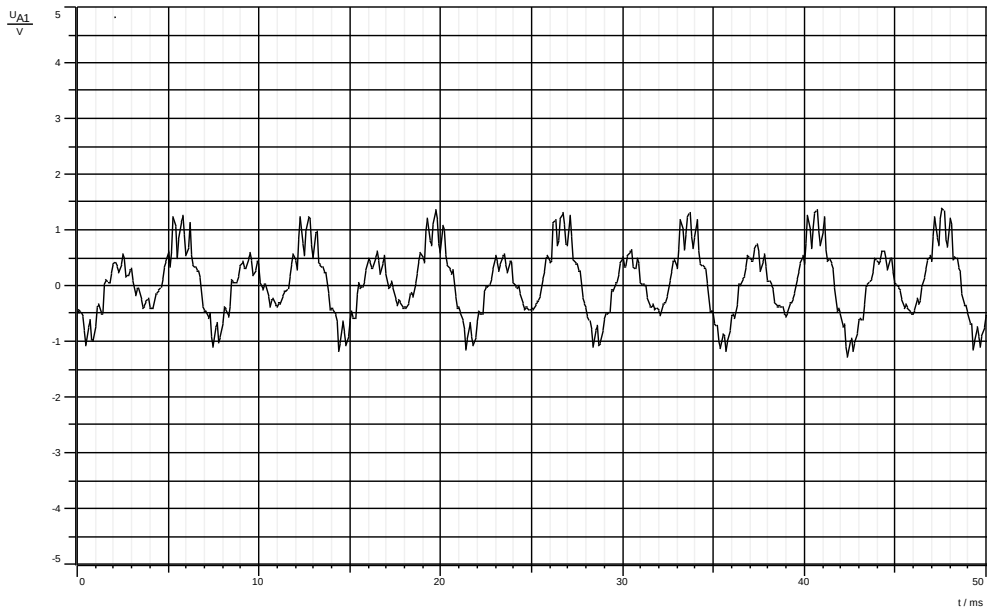
A

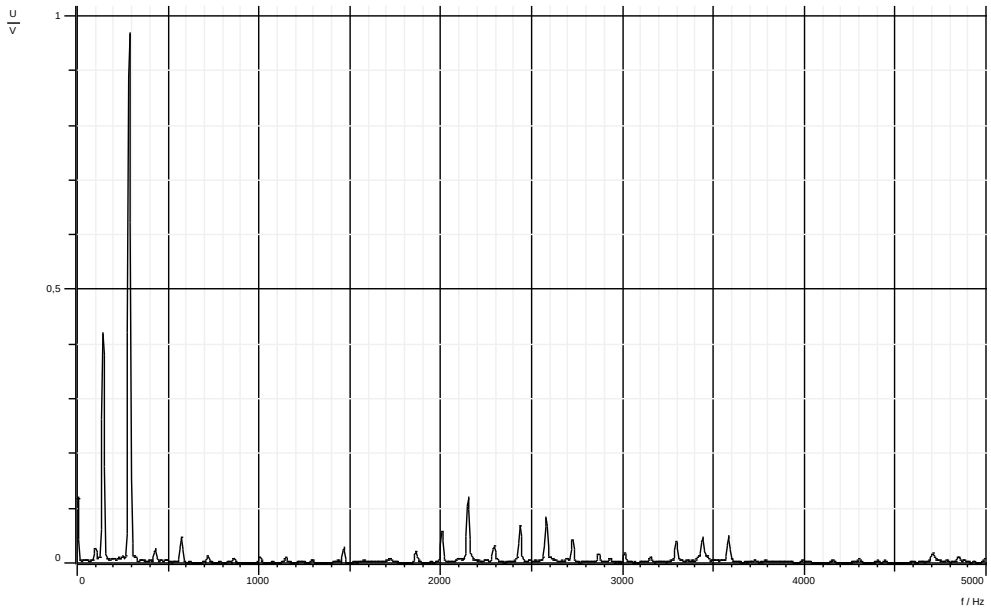

U_A1 / V
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms
U / V
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

E

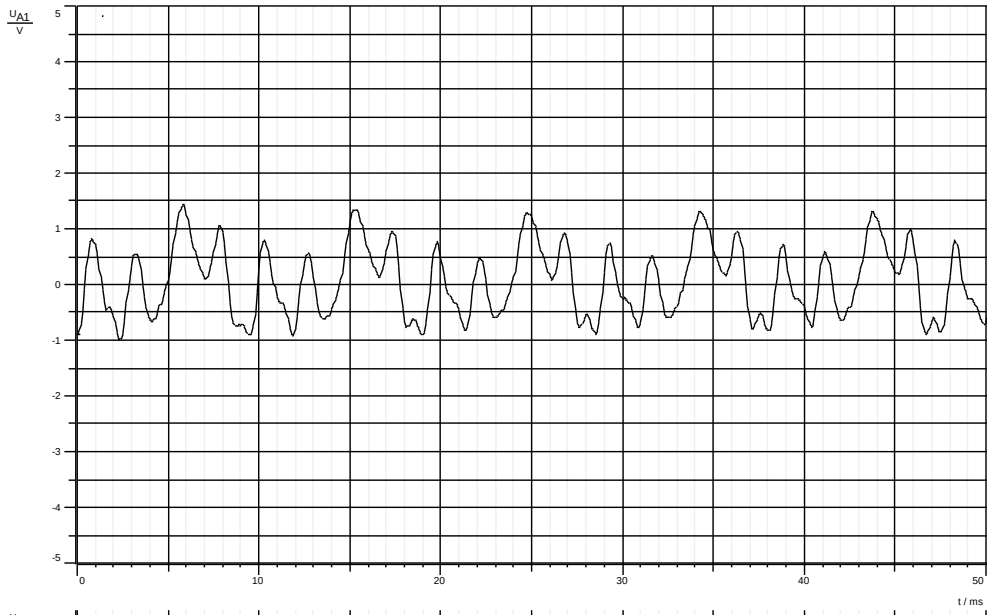

U_A1 / V
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms
U / V
1
0,5
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

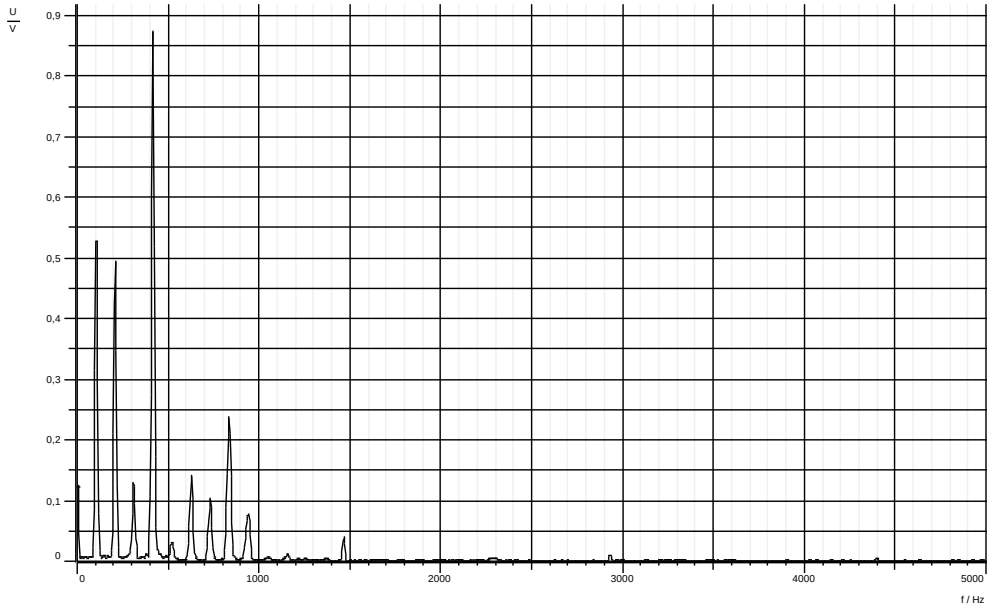
I


U_A1 / V
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms

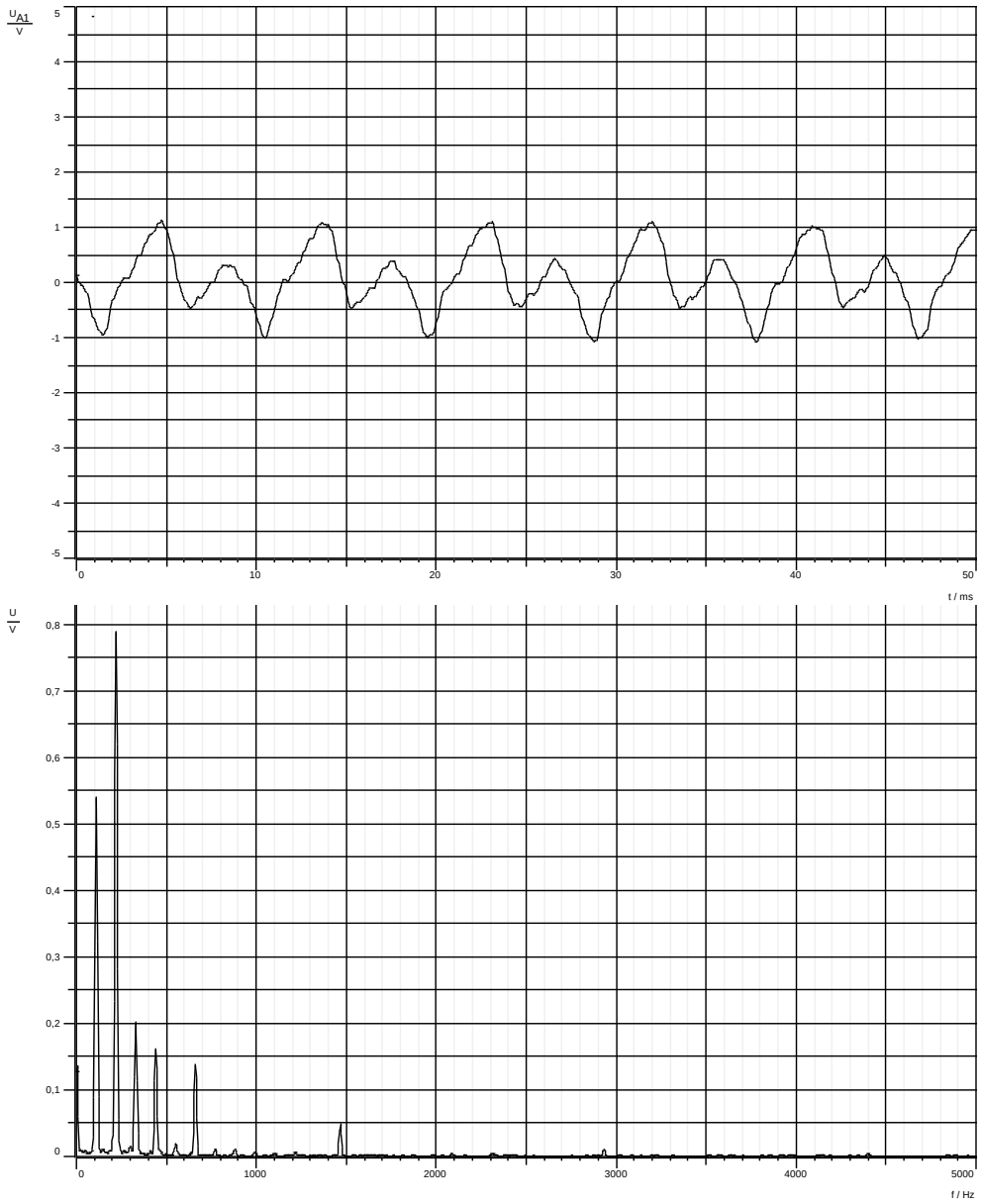

U / V
1
0,5
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

O


U_A1 / V
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms


U / V
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

U


U A1 / V
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
0
10
20
30
40
50
t / ms
U / V
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
0
1000
2000
3000
4000
5000
f / Hz

6. Literaturverzeichnis

Alonso, M., & Finn, E. J. (1974). *Fundamental University Physics, Volume 1 Mechanics* (Sixth Printing ed.). Massachusetts, Amsterdam, London, Manila, Singapore, Sydney, Tokyo: Addison Wesley Publishing Company.
Zitiert als: (Wikipedia - Obertöne)

Dorn Bader. (2000). *Physik Gymnasium Sek II 12/13.* Hannover: Schroedel.
Zitiert als: (Bader, 2000)

Feynman, R. P., Leighton, R. B., & Sands, M. (1973). *Feyman Vorlesungen über Physik, Band I Mechanik Strahlung Wärme Teil 2.* (D. P. Schröder, Übers.) München, Wien: R.Oldenbourg.
Zitiert als: (Feynman, Leighton, & Sands, 1973)

Fiedlschuster, S. (25. 1 2006). *Fiedlschuster.de.* Abgerufen am 11. Dezember 2006 von http://abi06.jcrg.de/facharbeiten/Facharbeit_PhysikLK_04-06_Sebastian_Fiedlschuster.pdf
Zitiert als: (Fiedlschuster, 2006)

Gerdan, J. (2004). *Akustische Grundlagen der Musik.* Abgerufen am 01. März 2007 von Pian-e-forte: http://www.pian-e-forte.de/texte/pdf/basics.pdf
Zitiert als: (Gerdan, 2004)

Leybold Didactic GmbH (17. März 06). *Cassy Lab Handbuch*. Abgerufen am 30. November 2006 von http://www.leybold-didactic.de/software/524201.pdf

Leybold Didactic GmbH (10. 9 2006). *Cassy S.* Abgerufen am 30. November 2006 von http://www.leybold-didactic.de/software/index.html?cassy-s.html

Leybold Didactic GmbH (kein Datum). *Universalmikrofon*.
Abgerufen am 30. November 2006 von
http://www.leybold-didactic.de/phk/produkte.asp?B=PhK&PT=PhK

Grehn, J., von Hessberg, A., Krause, J., Krüger, H., & Schmidt, H. K. (1978). *Vieweg Physik für den kursorientierten Unterricht in der gymnasialen Oberstufe; Gravitation, Mechanische Schwingungen und Wellen, Elemente der Wärmelehre Teil 2.* (O. J. Grehn, Hrsg.) Düsseldorf, Braunschweig: Schulverlag Vieweg GmbH.

Stolz, B., & Plüss, A. (2006). *Akustische Untersuchungen an der Querflöte.* Abgerufen am 4. März 2007 von gymneufeld: http://www.gymneufeld.edube.ch/ma-poster/Poster_be.st.pdf
Zitiert als: (Stolz & Plüss, 2006)

Wikipedia - Klarinette. (kein Datum). Abgerufen am 22. Dezember 2006 von Klarinette: http://de.wikipedia.org/wiki/Klarinette
Zitiert als: (Wikipedia - Klarinette)

Wikipedia - Obertöne. (kein Datum). Abgerufen am 07. Februar 2007 von Obertöne: http://de.wikipedia.org/wiki/Obert%C3%B6ne
Zitiert als: (Wikipedia - Obertöne)

Ich versichere, dass ich die vorliegende Facharbeit ohne fremde Hilfe angefertigt und nur die im Literaturverzeichnis angeführten Quellen Hilfsmittel benutzt habe.